© Kovács, Szilveszter:
Fuzzy logic control, M.Phil. theses, Technical University of Budapest, Faculty of Informatics and Electrical Engineering, Budapest, Branch of Computer Science, p.116, (1993).

FUZZY LOGIKAI IRÁNYÍTÁS

© **Kovács, Szilveszter:**
Fuzzy logic control, M.Phil. theses, Technical University of Budapest, Faculty of Informatics and Electrical Engineering, Budapest, Branch of Computer Science, p.116, (1993).

Bevezetés

Egyre nagyobb teret hódít napjainkban a fuzzy logikai irányítás. Az 1987-ben (II.Fuzzy Világkongresszus) Japánban és Koreában bekövetkezett "fuzzy robbanás" óta a mindennapi élet egyre több területére tör be a közhasznú berendezésektõl kezdve egészen az ipari alkalmazásokig.
Olyan folyamatok válnak viszonylag egyszerûen automatizálhatóvá, amelyek a klasszikus szabályozáselmélettel nem, vagy csak igen körülményesen lennének kezelhetõk.
Alapvetõen olyan folyamatok ezek, amelyek irányítása emberi beavatkozás segítségével kielégítõen megoldható, míg a klasszikus szabályozáshoz szükséges matematikai modelljük nem áll rendelkezésre, vagy túlságosan összetett. (pl. kép alapján történõ automatikus képélesség beállítás video kamerán, automatikus metrókocsi irányítás, gõzgép irányítása [2] stb.) Sok, a gyakorlati élet során megszokott, emberi beavatkozással jól irányítható folyamat válik így automatizálhatóvá.

A fuzzy halmazok alkalmazása lehetõvé teszi a mindennapi életben megszokott, korábban igen nehezen kezelhetõ nyelvi fogalmak (mint pl. gyors, lassú, szép, fiatal) matematikai leírását. Ez a leírás természetesen alkalmazásfüggõ (függ elõfordulási környezetétõl) és szubjektív volta miatt esetleg függhet az adatok forrásától is. Statisztikai módszerek alkalmazásával ugyan pontosítható, de amennyiben nyelvi fogalmat tükröz, úgy a leírás pontossága is csak a nyelvi fogalom konkrétságának felelhet meg.

A fuzzy logika bevezetésével fuzzy halmazok által definiált fogalmak között végezhetünk mûveleteket. Így például a fuzzy implikáció segítségével leírhatóak olyan elõzmény-következmény részekbõl álló szabályok, amelyek a megszokott nyelvi fogalmakkal megadott összefüggéseket fejeznek ki. Valamely konkrét alkalmazás esetén a korábban irányítást végzõ ember személyes tapasztalatait alakíthatjuk így át fuzzy szabályhalmazzá. Az ilyen módon nyert szabályhalmaz ezek után jellemzõ lesz az adott feladatra, illetve annak humán operátorral történõ megoldására, amennyiben az szóbeli fogalmakkal pontosan megfogalmazható.

Nagyon nehéz az ember számára egyszerû, kevés gyakorlással, gyorsan elsajátítható feladatot (pl. ping-pong játék) teljes pontossággal szabályokká alakítani. Amennyiben azonban rendelkezünk a szükséges szabályokkal, úgy a fuzzy szabályokká való átalakítás - azok beszélt nyelvhez közeli formája miatt - viszonylag egyszerû. Valamely konkrét megfigyelés esetén (bemenõ adatok - kérdés) az így nyert szabályhalmaznak megfelelõ választ a fuzzy következtetés segítségével nyerhetjük.

Egy feladat megoldásának fuzzy szabályokkal és fuzzy halmazokkal való megfogalmazása nagyon hasonlít a tudásbázisú rendszerek szabályaira és tényeire, bár fuzzy szabályokkal csak egyszerûbb összefüggések írhatók le. A fuzzy következtetés lényegesen gyorsabb a tudásbázisú rendszerek következtetési algoritmusainál - így válik alkalmassá valósidejû irányításra. A fuzzy következtetés során nyert fuzzy halmazt defuzzifikálás segítségével alakíthatjuk át konkrét (nem fuzzy) értékké, amennyiben ez az illetõ alkalmazás (irányítás) esetén szükséges.

Fuzzy logikai irányítás alkalmazásával tehát lehetõség nyílik a felhalmozott gyakorlati tapasztalatok során szerzett emberi tudás automatikus irányítóberendezésbe történõ integrálására.

A dolgozat elsõ részében a fuzzy logikai irányítás elvi alapjait kívánom áttekinteni, rövid betekintést nyújtva a fuzzy logika elméleti alapjaiba.
A második, az elsõ fejezet fogalmaira építve lépésrõl-lépésre mutatja be a fuzzy logikai irányítás fõbb elemeit, azok felépítésének módját. Részletesen kitér az egyes fuzzy logikai döntéshozó algoritmusokra, a kompozícióra és a szabálybázis közelítõ becslésén alapuló technikákra.
A harmadik fejezet két, a valóságból merített (szimulált) feladaton keresztül mutatja be a fuzzy logikai irányítás kialakításának gyakorlati lépéseit, illetve az így kialakított irányítás hatékonyságát. (futtatható programok a mellékletben)
A negyedik fejezet a fuzzy logikai irányítóberendezések gyakorlati megvalósításának hardver eszközválasztékát, valamint azok fõbb jellemzõit tekinti át.

© **Kovács, Szilveszter:**
Fuzzy logic control, M.Phil. theses, Technical University of Budapest, Faculty of Informatics and Electrical Engineering, Budapest, Branch of Computer Science, p.116, (1993).

1. A fuzzy halmaz és a fuzzy logika

1.1 A fuzzy halmaz [1]

Fuzzy halmazról elõször L.A.Zadeh tett említést az 1965-ben megjelent "Fuzzy sets" címû cikkében. Az angol fuzzy szó eredeti jelentése homályos, életlen, bolyhos illetve spicces.
A **fuzzy halmaz** olyan halmaz, melynek minden univerzumbeli eleméhez egy 0 és 1 közé esõ valós számot rendelünk. A hozzárendelést tagsági függvénynek nevezzük.

Az *A* fuzzy halmaz esetén:

$$\mu_A : X \rightarrow [0,1] ,$$

ahol *X* az univerzum és μ_A az *A* fuzzy halmaz tagsági függvénye.
Összehasonlítva az eddig megszokott halmazképpel, azt mondhatjuk, hogy ha egy halmaz azon univerzumbeli elemeihez, amelyek nem részei a halmaznak 0, míg a halmazban szereplõ elemekhez 1 egész számot rendelünk (legyen ez a tagsági függvény), megoldottuk halmazunk fuzzy halmazzá való leképezését.

Diszkrét elemû halmazok esetén a jelölés:

$$A = \mu_1 / x_1 + \mu_2 / x_3 + ... + \mu_n / x_n \ ,$$

ahol x_i az illetõ halmazelem és μ_i a hozzá tartozó tagsági függvény érték.

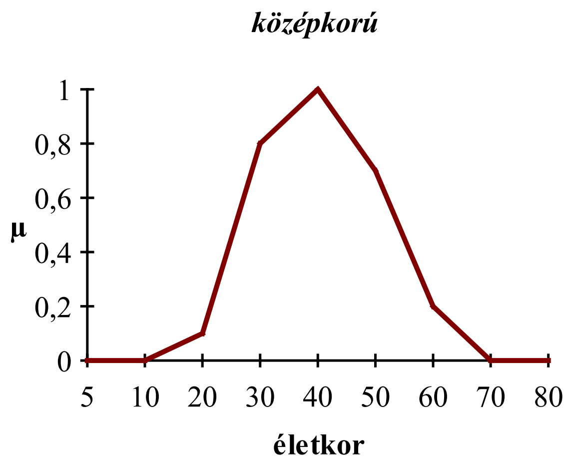
Folytonos elemû halmazok esetén a jelölés:

$$A = \int_x \mu_{(x)} / x \ ,$$

ahol x az illetõ halmazelem és $\mu_{(x)}$ a hozzá tartozó tagsági függvény érték.

A fuzzy halmaz tagsági függvény értékei nem valószínûségi mértéket jelölnek. Annál is inkább, mert míg valószínûségek esetén valamely univerzumra az elemekhez tartozó valószínûségek összege 1, addig ez - a tagsági függvény értékeinek összegére - fuzzy halmaz esetében nem követelmény. Sõt általában a fuzzy mérték egyáltalán nem additív. Valószínûségek és fuzzy halmazok között a fuzzy mérték teremthet kapcsolatot.
A valamely alaphalmazon értelmezett tagsági függvény értékek tetszõleges értelmet hordozhatnak. Alkalmasak lehetnek így bizonytalan verbális fogalmak matematikai leírására is. Például leírható segítségükkel az emberi életkor alaphalmazon értelmezett "*középkorú*" életkor halmaz. Ebben az esetben a tagsági függvény értékek az illetõ halmazelem halmazhoz (*középkorú* életkor halmaz) való tartozásának mértékét fejezik ki.

pl. folytonos életkor alaphalmazt feltételezve a "*középkorú*" fuzzy halmaz:



pl. diszkrét életkor alaphalmazon értelmezve a "*középkorú*" fuzzy halmaz:

középkorú = 0/5+0/10+0.1/20+0.8/30+1/40+0.7/50+0.2/60+0/70+0/80

Az X univerzumon értelmezett A fuzzy halmaz **hordozó**jának (support) nevezzük azt a fuzzy halmazt (supp A), amely tartalmazza A minden olyan elemét, melynek tagsági függvény értéke nem zérus.

az A fuzzy halmaz esetén:

$$\text{supp } A = \{ x \in X \mid \mu_A(x) > 0 \} \ ,$$

ahol X az univerzum és μ_A az A fuzzy halmaz tagsági függvénye.

Az X univerzumon értelmezett A fuzzy halmaz **mag**jának (kernel) nevezzük azt a fuzzy halmazt (kernel A), amely tartalmazza A minden olyan elemét, melynek tagsági függvény értéke egy.

az A fuzzy halmaz esetén:

$$\text{kernel } A = \{ x \in X \mid \mu_A(x) = 1 \} \ ,$$

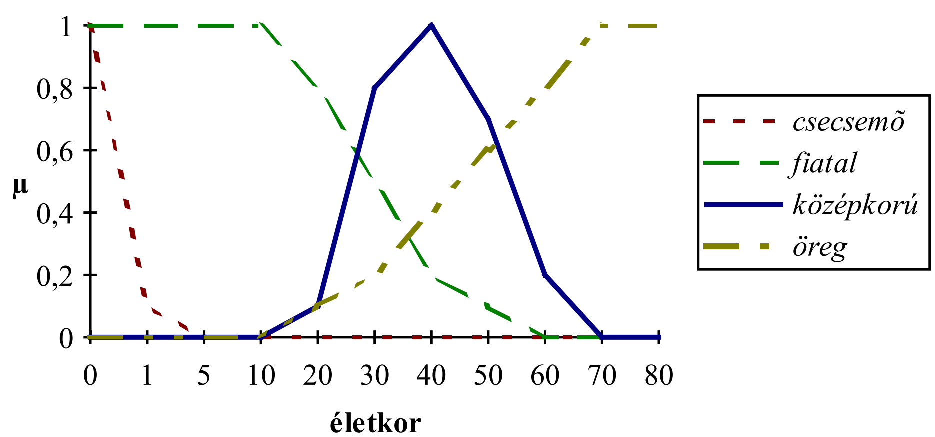
ahol X az univerzum és μ_A az A fuzzy halmaz tagsági függvénye.

pl. ha néhány emberi életkort veszünk figyelembe univerzumként, és a "*csecsemõ*", "*fiatal*", "*középkorú*" és "*öreg*" fuzzy halmazokat adjuk meg :

Táblázattal:

életkor	***csecsemõ***	***fiatal***	***középkorú***	***öreg***
0:	1	1	0	0
1:	.1	1	0	0
5:	0	1	0	0
10:	0	1	0	0
20:	0	.8	.1	.1
30:	0	.5	.8	.2
40:	0	.2	1	.4
50:	0	.1	.7	.6
60:	0	0	.2	.8
70:	0	0	0	1
80:	0	0	0	1

Grafikusan:



a korábban említett jelölést alkalmazva:

fiatal = 1/0+1/1+1/5+1/10+0.8/20+0.5/30+0.2/40+0.1/50+0/60+0/70+0/80

supp(*fiatal*) = { 0,1,5,10,20,30,40,50 }

kernel(*fiatal*) = { 0,1,5,10 }

Fuzzy halmaz **magasságának** (height) a halmazban lévõ legnagyobb tagsági függvény értéket nevezzük ([0,1] zárt intervallumba esõ valós szám).

height $A = \max_x (\mu_A(x))$

Normalizált egy fuzzy halmaz, ha a magassága egy.

height $A = 1$

Konvex egy X univerzumon értelmezett A fuzzy halmaz, ha

$$\mu_A(\lambda x+(1-\lambda y)) \geq \min(\mu_A(x), \mu_A(y)), \quad \forall\, x,y \in X \text{ és } \forall\, \lambda \in [0,1]$$

(a fuzzy halmaz konvex volta nem vonja maga után tagsági érték függvényének konvexségét)

Fuzzy számnak nevezzük a valós számok halmazán értelmezett A fuzzy halmazt, ha az konvex, normalizált és tagsági függvénye folytonos.

Fuzzy halmaz **α-vágatának** nevezzük az illetõ halmaz hordozójának azon részhalmazát, amely elemeihez rendelt tagsági függvény érték nem kisebb az α valós számnál:

$$A_\alpha = \{ x \in X \mid \mu_A(x) \geq \alpha \}$$

(az α-vágat nem fuzzy halmaz)

Fuzzy halmaz **erõs α-vágatának** nevezzük az illetõ halmaz hordozójának azon részhalmazát, amely elemeihez rendelt tagsági függvény érték nagyobb az α valós számnál:

$$A_{\bar{\alpha}} = \{ x \in X \mid \mu_A(x) > \alpha \}$$

az X univerzumon értelmezett A fuzzy halmaz esetén:

$A_0 = X$
$A_{\bar{0}} = \text{supp } A$
$A_1 = \text{kernel } A$

Valamely X halmaz α-vágatai X egymásba ágyazott részhalmazai.
pl.

$\text{fiatal}_{0.2} = \{ 0,1,5,10,20,30,40 \}$
$\text{fiatal}_{0.8} = \{ 0,1,5,10,20 \}$
$\text{fiatal}_{1} = \{ 0,1,5,10 \}$

Szinthalmaznak nevezzük valamely A fuzzy halmaz esetén azt a halmazt, amely tartalmazza az illetõ halmaz összes lehetséges tagsági függvény értékét:

$$\Lambda_A = \{ \alpha \mid \mu_A(x) = \alpha \}, \text{ valamely } x \in X\text{-re}$$

Valamely fuzzy halmaz **skaláris számosságának** nevezzük a halmazt alkotó elemek tagsági függvény értékeinek összegét:

$$|A| = \sum_{x \in X} \mu_A(x)$$

ahol A az X univerzumon értelmezett fuzzy halmaz.
pl.
$|öreg| = 0+0+0.1+0.2+0.4+0.6+0.8+1+1 = 4.1$

A **fuzzy számosság** $|A\sim|$ hasonlóan értelmezhetõ, mint a skalár számosság, azonban eredményként fuzzy számot ad.
Tagsági függvénye:

$$\mu_{|A\sim|}(|A_\alpha|) = \alpha$$

valamennyi α-ra, amely megtalálható A szinthalmazában ($\forall\ \alpha \in \Lambda_A$),
ahol $|A_\alpha|$ az A halmaz α-vágatának számossága (elemeinek száma).
pl.
$|öreg\sim| = 0.1/7 + 0.2/6 + 0.4/5 + 0.6/4 + 0.8/3 + 1/2$

A B fuzzy halmaz **részhalmazának** nevezzük az A fuzzy halmazt, ha valamennyi univerzumbeli elemére igaz, hogy az A halmaz elemeinek tagsági függvény értékei nem nagyobbak a nekik megfelelõ B halmazbeli elemek tagsági függvény értékeinél:

$$A \subseteq B \ :\ \mu_A(x) \le \mu_B(x) \ \text{ valamennyi } x \in X \text{ esetén}$$

A és B fuzzy halmazok **egyenlõek,** ha egymásnak megfelelõ elemeik tagsági függvény értékei megegyeznek:

$$A = B \ :\ \mu_A(x) = \mu_B(x) \ \text{ valamennyi } x \in X \text{ esetén}$$

A B fuzzy halmaz **valódi részhalmazának** nevezzük az A fuzzy halmazt, ha A részhalmaza B-nek és a halmazok nem egyenlõek egymással:

$$A \subset B \ :\ A \subseteq B \ \text{ és } \ A \neq B$$

1.2 **Fuzzy halmazmûveletek** [1]

Standard (Zadeh-féle) fuzzy halmazmûveletek:

Valamely A fuzzy halmaz **komplemensének** nevezzük az X univerzumon azt a $\neg A$ halmazt, melynek tagsági függvény értékei:

$$\mu_{\neg A}(x) = 1 - \mu_A(x) \ \text{ valamennyi } x \in X \text{ esetén}$$

pl.
nem öreg = 1/5+1/10+0.9/20+0.8/30+0.6/40+0.4/50+0.2/60

Az A és B fuzzy halmazok **uniójának** nevezzük azt az $A \cup B$ halmazt , melynek tagsági függvény értékei:

$\mu_{A \cup B} = \max[\ \mu_A(x)\ ,\ \mu_B(x)\ ]$ valamennyi $x \in X$ esetén

pl.

fiatal $\cup$ *öreg* = 1/0+1/1+1/5+1/10+0.8/20+0.5/30+0.4/40+0.6/50+0.8/60+1/70+1/80

Az *A* és ***B*** fuzzy halmazok **metszet**ének nevezzük azt a halmazt $A \cap B$, melynek tagsági függvény értékei:

$\mu_{A \cap B} = \min[\ \mu_A(x)\ ,\ \mu_B(x)\ ]$ valamennyi $x \in X$ esetén

pl.

fiatal $\cap$ *öreg* = 0.1/20+0.2/30+0.2/40+0.1/50

A komplemens, unió és metszet fuzzy halmazmûveletek általánosítása [1]:

A Zadeh-féle standard komplemens-, unió- és metszetképzési módszer általánosítható [1], [5]. Az adott alkalmazás, fuzzy következtetési módszer határozza meg, hogy melyiket célszerû felhasználni.

A Zadeh-féle uniónak és metszetnek megvan például az az előnye, hogy alkalmazásuk után az eredmény hibája a tagok hibájához képest nem nõ:

$\mu_{A'}(x) = \mu_A(x) \pm e_A$ és $\mu_{B'}(x) = \mu_B(x) \pm e_B$

akkor:

$\mu_{A' \cup B'} = \mu_{A \cup B} \pm \max[\ e_A\ ,\ e_B\ ]$

$\mu_{A' \cap B'} = \mu_{A \cap B} \pm \max[\ e_A\ ,\ e_B\ ]$

Fuzzy **komplemens** definiálható bármely olyan *c* függvény segítségével, amely megfelel a következõ axiómáknak:

a függvénynek a [0,1] intervallumot (tagsági függvény) kell leképeznie a [0,1] intervallumra

$c: [0,1] \rightarrow [0,1]$

$\mu_A(x) = c(\mu_A(x))$ valamennyi $x \in X$ esetén

c1: $c(0)=1$ és $c(1)=0$

határfeltétel a halmazokhoz való analógiára

c2: valamennyi $a,b \in [0,1]$-re, ha $a < b$, akkor

$c(a) \geq c(b)$

c monoton nem növekvõ

Fuzzy **t-norma** (metszet) definiálható bármely olyan *i* függvény segítségével, amely megfelel a következõ axiómáknak:

a függvénynek két [0,1] intervallumot (tagsági függvény) kell leképeznie a [0,1] intervallumra

$i: [0,1] \times [0,1] \rightarrow [0,1]$

$\mu_{A \cap B}(x) = i\ [\ \mu_A(x)\ ,\ \mu_B(x)\ ]$ valamennyi $x \in X$ esetén

i1: $i(1,1) = 1$; $i(0,1) = i(1,0) = i(0,0) = 0$
határfeltétel a halmazokhoz való analógiára

i2: $i(a,b) = i(b,a)$
kommutatív

i3: ha $a \le a'$ és $b \le b'$ akkor $i(a,b) \le i(a',b')$
monoton

i4: $i(i(a,b),c) = i(a,i(b,c))$
asszociatív

pl. Yager-féle t-norma:

$$i^{Y}_{w}(a,b) = 1 - \min[\, 1 , ((1-a)^{w} + (1-b)^{w})^{1/w} \,] , \qquad w \in (0,\infty)$$

Speciális esete:

$\lim_{w\to\infty} [\, i^{Y}_{w}(a,b) \,] = \min(a,b)$ Zadeh-féle metszet

pl. Hamacher-féle t-norma:

$$i^{H}_{\gamma}(a,b) = ab / (\gamma + (1-\gamma)(a + b - ab)) , \qquad \gamma \in (0,\infty)$$

Speciális esete:

$i^{H}_{1}(a,b) = a \cdot b$ geometriai t-norma

Fuzzy **s-norma** (t-conorma, unió) definiálható bármely olyan *u* függvény segítségével, amely megfelel a következõ axiómáknak:
a függvénynek két [0,1] intervallumot (tagsági függvény) kell leképeznie a [0,1] intervallumra

$u: [0,1] \times [0,1] \to [0,1]$

$\mu_{A\cup B}(x) = u[\, \mu_A(x) , \mu_B(x) \,]$ valamennyi $x \in X$ esetén

u1: $u(0,0) = 0$; $u(1,0) = u(0,1) = u(1,1) = 1$
határfeltétel a halmazokhoz való analógiára

u2: $u(a,b) = u(b,a)$
kommutatív

u3: ha $a \le a'$ és $b \le b'$ akkor $u(a,b) \le u(a',b')$
monoton

u4: $u(u(a,b),c) = u(a,u(b,c))$
asszociatív

pl. Yager-féle s-norma:

$$u^{Y}_{w}(a,b) = \min[\, 1 , (a^{w} + b^{w})^{1/w} \,] , \qquad w \in (0,\infty)$$

Speciális esetei:

$\lim_{w\to\infty} [\, u^{Y}{}_{w}(a,b) \,] = \max(a,b)$ Zadeh-féle unió
$u^{Y}{}_{1}(a,b) = \min[\, 1 , (a + b) \,]$ korlátozott összeg

pl. Hamacher-féle s-norma:

$$u^{H}{}_{\gamma}(a,b) = (a + b - (2 - \gamma)ab) / (1 - (1-\gamma)ab) \;, \quad \gamma \in (0,\infty)$$

Speciális esete:
$u^{H}{}_{1}(a,b) = a + b - ab$ algebrai unió

1.3 <u>**Fuzzy reláció**</u> [1], [5]

A fuzzy reláció halmazok elemeinek összerendeltségi mértékét határozza meg. (A nem fuzzy reláció csak az elemek közötti kapcsolat meglétérõl nyújt információt.) Az n darab halmaz között értelmezett fuzzy reláció az n dimenziós tér pontjaihoz rendel tagsági függvény értéket.

Az n darab $\boldsymbol{A_1}$, $\boldsymbol{A_2}$, ... , $\boldsymbol{A_n}$ halmaz **fuzzy relációja** az $\boldsymbol{X_1} \times \boldsymbol{X_2} \times \ldots \times \boldsymbol{X_n}$ univerzumon értelmezett fuzzy halmaz, ahol $\boldsymbol{A_i}$ az $\boldsymbol{X_i}$ univerzumon értelmezett halmaz és a "×" a direkt (Descartes) szorzat jele:

$$\boldsymbol{R}_{\boldsymbol{A_1}\times\ldots\times\boldsymbol{A_n}} = \{\, ((\boldsymbol{a_1},\boldsymbol{a_2},\ldots,\boldsymbol{a_n}) \,,\, \mu_{\boldsymbol{R}}(\boldsymbol{a_1},\boldsymbol{a_2},\ldots,\boldsymbol{a_n})) \mid (\boldsymbol{a_1},\boldsymbol{a_2},\ldots,\boldsymbol{a_n}) \in \boldsymbol{A_1}\times\boldsymbol{A_2}\times\ldots\times\boldsymbol{A_n} \,\}$$

Az n darab A_1 , A_2 , ... , A_n fuzzy halmaz **direkt szorzata** az $X_1 \times X_2 \times \ldots \times X_n$ univerzumon értelmezett fuzzy halmaz, ahol A_i az X_i univerzumon értelmezett fuzzy halmaz:

$$\boldsymbol{R}_{A_1\times\ldots\times A_n} = \{\, ((a_1,a_2,\ldots,a_n) \,,\, \mu_{\boldsymbol{R}}(a_1,a_2,\ldots,a_n)) \mid (a_1,a_2,\ldots,a_n) \in A_1\times A_2\times\ldots\times A_n \;,\; \mu_{\boldsymbol{R}}(a_1,a_2,\ldots,a_n) = \min_i(\mu(a_i)) \,\}$$

Két tetszõleges halmaz relációját **bináris relációnak** nevezzük.

Diszkrét, véges elemszámú fuzzy halmazok esetén a relációt legegyszerûbben tagsági függvény mátrixszal adhatjuk meg.
pl.:
R(X,Y)

	y_1	y_2	y_3
x_1	.4	.8	0
x_2	.3	1	.9
x_3	.2	.6	.4
x_4	0	.4	0

Az $\boldsymbol{X_1} \times \boldsymbol{X_2} \times \ldots \times \boldsymbol{X_n}$ univerzum elemeit az <u>x</u> **sorozat**tal (vektor) jelölhetjük:

$$\underline{x} = (x_i \mid i \in N_n) \in \times_{i\in N_n} X_i = (x_1, x_2, \ldots, x_n) \quad ,$$

© Kovács, Szilveszter:

ahol x_i az X_i univerzumon értelmezett halmaz, a $\times$ pedig a direkt (Descartes) szorzat jele.

Az $\underline{y}$ sorozat az $\underline{x}$ sorozat **részsorozata** (jele: $\underline{y}<\underline{x}$), ha az az $\underline{x}$ sorozat tagjainak csak egy részét tartalmazza:

$$\underline{y} = (y_j \mid j \in \mathbf{J}) \in \times_{j\in\mathbf{J}} X_j = (y_1, y_2, ..., y_j) \quad ,$$

ahol:

$$\mathbf{J} \subset N_n \quad \text{és} \quad x_j = y_j \ \text{ valamennyi } j \in \mathbf{J} \text{ -re}$$

Az $\mathbf{R}(X1,X2,...,Xn)$ fuzzy reláció $\boldsymbol{Y}$ fuzzy halmazra (relációra) vett **vetület**ének (projekció) nevezzük azt az $[\mathbf{R} \downarrow \boldsymbol{Y}]$ fuzzy halmazt (relációt), melynek tagsági függvénye:

$$\mu_{[\mathbf{R}\downarrow \boldsymbol{Y}]} (\underline{y}) = \max_{y<x} (\mu_{\mathbf{R}} (\underline{x})) \quad ,$$

ahol az $\underline{y}$ sorozat az $\underline{x}$ sorozat részsorozata és $\mu_{\mathbf{R}}$ a vetítendõ reláció tagsági függvénye.
(Kisebb dimenziószámra vetít relációt.) Amennyiben $\underline{x}$ számossága végtelen (nem biztos, hogy létezik maximum), úgy a maximumkeresés helyett annak a szuprémumát kell venni.

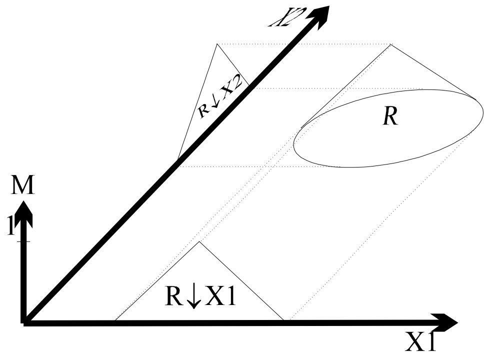
Az $\mathbf{R}(Y1,Y2,...,Yn)$ fuzzy reláció (halmaz) $\boldsymbol{X}$ -re vett **hengeres kiterjesztés**ének nevezzük azt az $[\mathbf{R} \downarrow \boldsymbol{X}\text{-}\boldsymbol{Y}]$ fuzzy relációt, melynek tagsági függvénye:

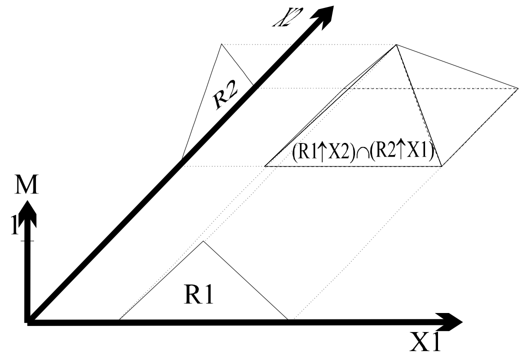
$$\mu_{[\mathbf{R}\downarrow \boldsymbol{X}\text{-}\boldsymbol{Y}]} (\underline{x}) = \mu_{\mathbf{R}} (\underline{y}) \qquad \text{valamennyi } \underline{x}\text{-re}$$

ahol $\mathbf{X}$ az $\boldsymbol{X}1 \times \boldsymbol{X}2 \times ... \times \boldsymbol{X}n$ univerzumot jelöli és $\underline{y}$ az $\underline{x}$ részsorozata ($\underline{y}<\underline{x}$).
A hengeres kiterjesztés olyan dimenziókra terjeszti ki a relációt (halmazt), melyekre az korábban nem volt definiálva (az $\boldsymbol{X}$-ben megtalálhatóak, de az $\boldsymbol{Y}$-ban nem($\boldsymbol{X}$-$\boldsymbol{Y}$)).

Valamely relációt közelíthetünk az egyes dimenzióira vett vetületei hengeres kiterjesztésének metszetével. Ez az összes vetület ismeretében is általában csak közelítése lehet az illetõ relációnak.

pl.





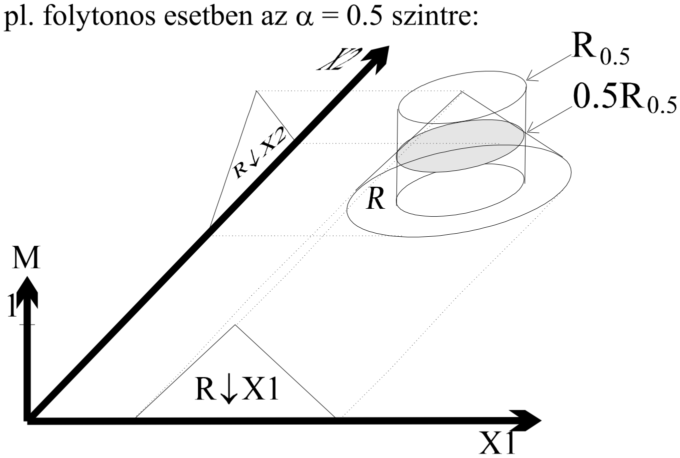
Felbontási alaknak nevezzük azt, amikor egy fuzzy halmazt vagy relációt annak összes lehetséges α-vágatával adunk meg az α-vágatok α-szorosának uniójaként (max unió). (Fuzzy relációk esetében az α-vágat ugyanúgy értelmezhetõ, mint a fuzzy halmazoknál)

$$\mathbf{R} = \cup_{\alpha}\, \alpha\mathbf{R}_{\alpha}\ , \qquad \text{valamennyi } \alpha\text{-ra} \qquad \alpha \in \Lambda_{\mathbf{R}}$$

ahol az $\Lambda_{\mathbf{R}}$ az **R** reláció szinthalmaza és az $\alpha\mathbf{R}_{\alpha}$ fuzzy reláció tagsági függvénye:

$$\mu_{\alpha\mathbf{R}\alpha} = \alpha\mu_{\mathbf{R}\alpha}\ , \qquad \text{valamennyi } \mathbf{R} \text{ univerzumbeli elemére}$$

pl. folytonos esetben az $\alpha = 0.5$ szintre:



pl. diszkrét esetben:

$$\mathbf{R}(X,Y) = \begin{vmatrix} .2 & .4 & .8 & .4 \\ .4 & .8 & 1 & .8 \\ .2 & .4 & .8 & .4 \\ 0 & .2 & .4 & .2 \end{vmatrix} =$$

$$= .2\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} \cup .4\begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{vmatrix} \cup .8\begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} \cup 1\begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} =$$

$$= \begin{vmatrix} .2 & .2 & .2 & .2 \\ .2 & .2 & .2 & .2 \\ .2 & .2 & .2 & .2 \\ 0 & .2 & .2 & .2 \end{vmatrix} \cup \begin{vmatrix} 0 & .4 & .4 & .4 \\ .4 & .4 & .4 & .4 \\ 0 & .4 & .4 & .4 \\ 0 & 0 & .4 & 0 \end{vmatrix} \cup \begin{vmatrix} 0 & 0 & .8 & 0 \\ 0 & .8 & .8 & .8 \\ 0 & 0 & .8 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} \cup \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}$$

Állítások bizonyítása esetén is felhasználható a felbontási alak (felbontási elv), amennyiben a szinthalmaz véges, úgy elég az összes lehetséges α-vágatra elvégezni a bizonyítást. (Végtelen számosságú szinthalmaz esetén az állítás bizonyításához ez nem elégséges.)

Egy $\mathbf{R}(X,Y)$ fuzzy reláció **értelmezési tartomány**ának (domain) nevezzük azt az X-en értelmezett fuzzy halmazt, melynek tagsági függvény értékei:

$$\mu_{\mathrm{dom}\mathbf{R}(x)} = \max_{y \in Y} \mu_{\mathbf{R}(x,y)} \quad \text{valamennyi } x \in X \text{-re}$$

Egy $\mathbf{R}(X,Y)$ fuzzy reláció **értékkészlet**ének (range) nevezzük azt az Y-on értelmezett fuzzy halmazt, melynek tagsági függvény értékei:

$$\mu_{\mathrm{ran}\mathbf{R}(y)} = \max_{x \in X} \mu_{\mathbf{R}(x,y)} \quad \text{valamennyi } y \in Y \text{-ra}$$

Egy $\mathbf{R}(X,Y)$ fuzzy reláció **magasság**ának $h(\mathbf{R})$ nevezzük azt a valós számot, amely

$$h(\mathbf{R}) = \max_{x \in X} \max_{y \in Y} \mu_{\mathbf{R}(x,y)}$$

$$= h(\mathrm{dom}\ \mathbf{R}) = h(\mathrm{ran}\ \mathbf{R})$$

a reláció legmagasabb tagsági foka.

Amennyiben valamely **R** relációra $h(\mathbf{R})=1$, úgy az **R normális** fuzzy reláció. Amennyiben ez nem teljesül, akkor az **R** reláció **szubnormális**.

Ha $\mathbf{R}(X,Y)$ egy X és Y fuzzy halmazokon értelmezett bináris reláció, és **R** értelmezési tartománya megegyezik az X halmaz hordozójával, úgy a reláció **teljesen specifikált** (ellenkezõ esetben nem teljesen specifikált).

Függvénynek nevezzük az X és Y fuzzy halmazokon értelmezett $\mathbf{R}(X,Y)$ bináris relációt, ha nem létezik olyan értelmezési tartománybeli eleme, amelyhez a reláció két értékkészletbeli elemet rendelne:

Valamennyi $x \in X$ -hez nem létezik $y_1, y_2 \in Y$, hogy
$\mathbf{R}(x,y_1)>0$ és $\mathbf{R}(x,y_2)>0$, ahol $y_1 \neq y_2$

Egy $\mathbf{R}(X,Y)$ bináris fuzzy reláció **inverz**ének nevezzük azt az $\mathbf{R}^{-1}(Y,X)$ relációt, ahol:

$$\mathbf{R}^{-1}(Y,X) = \{ (y,x) \mid (x,y) \in \mathbf{R}(X,Y) \} \quad \text{valamennyi } x \in X,\ y \in Y \text{ esetén.}$$

$$(\mathbf{R}^{-1}(Y,X))^{-1} = \mathbf{R}(X,Y)$$

pl.

$$\mathbf{R}(X,Y) = \begin{vmatrix} .1 & .2 \\ .3 & .4 \\ .5 & .6 \end{vmatrix} \qquad \mathbf{R}^{-1}(Y,X) = \begin{vmatrix} .1 & .3 & .5 \\ .2 & .4 & .6 \end{vmatrix}$$

1.4 <u>**Fuzzy kompozíció**</u> [1]

Amennyiben két relációt $\mathbf{P}(X,Y)$, $\mathbf{Q}(Y,Z)$ ugyanazon az Y halmazon értelmezünk, úgy a két reláció **kompozíció**ját $\mathbf{R}(X,Z)$ a következõ relációként értelmezhetjük:

$$\mathbf{R}(X,Z) = \mathbf{P}(X,Y) \circ \mathbf{Q}(Y,Z) \qquad ,$$

ahol

$\mathbf{R}(X,Z)$ az $X{\times}Z$ univerzumon értelmezett reláció és
$(x,z) \in \mathbf{R}(X,Z)$

ha létezik legalább egy $y \in Y$,hogy

$(x,y) \in \mathbf{P}(X,Y)$ és
$(y,z) \in \mathbf{Q}(Y,Z)$

A kompozíció definíciójából adódó általános tulajdonságok:

$$\mathbf{P}(X,Y) \circ \mathbf{Q}(Y,Z) \neq \mathbf{Q}(Y,Z) \circ \mathbf{P}(X,Y)$$

$$(\mathbf{P}(X,Y) \circ \mathbf{Q}(Y,Z))^{-1} = \mathbf{Q}(Y,Z)^{-1} \circ \mathbf{P}(X,Y)^{-1}$$

$$(\mathbf{P}(X,Y) \circ \mathbf{Q}(Y,Z)) \circ \mathbf{R}(Z,V) = \mathbf{P}(X,Y) \circ (\mathbf{Q}(Y,Z) \circ \mathbf{R}(Z,V)) = \mathbf{P}(X,Y) \circ \mathbf{Q}(Y,Z) \circ \mathbf{R}(Z,V)$$

Két fuzzy reláció kompozíciója esetén az eredményül kapott fuzzy reláció elemeihez több különbözõ módon is rendelhetünk tagsági függvényt. A legelterjedtebb közöttük a Zadeh-féle **max-min kompozíció**. A korábban használt jelölést alkalmazva az egyes elemekhez rendelt tagsági függvény értéket (max-min kompozíció esetén) a következõ módon nyerjük:

$$\mu_{\mathbf{P} \circ \mathbf{Q}}(x,z) = \max_{y \in Y} \min[\, \mu_{\mathbf{P}}(x,y) \, , \, \mu_{\mathbf{Q}}(y,z) \,]$$

valamennyi $x \in X$, $z \in Z$ esetén.

pl.

$$\begin{vmatrix} .3 & .5 & .8 \\ 0 & .7 & 1 \\ .4 & .6 & .5 \end{vmatrix} \circ \begin{vmatrix} .9 & .5 & .7 & .7 \\ .3 & .2 & 0 & .9 \\ 1 & 0 & .5 & .5 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} .8 & .3 & .5 & .5 \\ 1 & .2 & .5 & .7 \\ .5 & .4 & .5 & .6 \end{vmatrix}$$

max[min(.3,.9), min(.5,.3), min(.8,1)] = .8
max[min(.3,.5), min(.5,.2), min(.8,0)] = .3
...

A fuzzy kompozíció általános alakját a fuzzy s-norma és t-norma segítségével írhatjuk le (**s-t kompozíció**):

$$\mu_{\mathbf{P} \circ_{s,t} \mathbf{Q}}(x,z) = \boldsymbol{s}_{y\in Y}\, \boldsymbol{t}[\ \mu_{\mathbf{P}}(x,y)\ ,\ \mu_{\mathbf{Q}}(y,z)\ ] \quad \text{valamennyi } x\in X,\ z\in Z \text{ esetén,}$$

ahol $\boldsymbol{s}$ a fuzzy s-normát, $\boldsymbol{t}$ pedig a fuzzy t-normát jelöli.
pl.
max-produkt kompozíció, ahol az s-norma a Zadeh-féle max. unió, a t-norma pedig a geometriai t-norma:

$$\mu_{\mathbf{P} \bullet \mathbf{Q}}(x,z) = \max_{y\in Y}\ [\ \mu_{\mathbf{P}}(x,y) \cdot \mu_{\mathbf{Q}}(y,z)\ ]$$

valamennyi $x\in X$, $z\in Z$ esetén.

2. <u>**Fuzzy logikai irányítás**</u>

A fuzzy logikai irányítás alapelve a nyelvi változókkal megadott szabálybázis alapján történõ fuzzy következtetés. A nyelvi változók fuzzy halmazok segítségével írhatók le, míg az általában emberi tudásból nyert szabálybázis (fuzzy implikáció) fuzzy relációként értelmezhetõ. Az elsõ fuzzy következtetésre alkalmas algoritmust L.A.Zadeh írta le 1973-ban: **C**ompositional **R**ule of **I**nference - **CRI** (kompozíciós fuzzy következtetés). A fuzzy logikai irányítás elsõ mûködõ alkalmazását E.H.Mamdani és S.Assilian publikálta 1973-ban (gõzgép vezérlése [2]).

2.1 <u>**A fuzzy logikai irányítás kialakításának lépései**</u> [2],[3][5]

A. **Az irányítani kívánt folyamat meghatározása**

Meg kell vizsgálni az irányítani kívánt folyamatot. Ki kell választani azokat a mérhetõ változókat, amelyek ismerete az irányítás során az irányítóberendezés számára szükségesek (bemenõ változók), és meg kell határozni azokat, amelyek változtatásával a folyamat irányítható és a kívánt irányba terelhetõ (kimenõ változók). Az irányítóberendezés számára szükséges bemenõ változókat **megfigyelés**nek, míg a folyamatot irányító kimenõ változókat **következtetés**eknek nevezzük.

B. **A fuzzy logikai irányítóberendezés megtervezése**
(**F**uzzy **L**ogic **C**ontroller : **FLC**)

A fuzzy logikai irányítóberendezés alapvetõen öt fõbb egységre tagolható (2/a ábra):

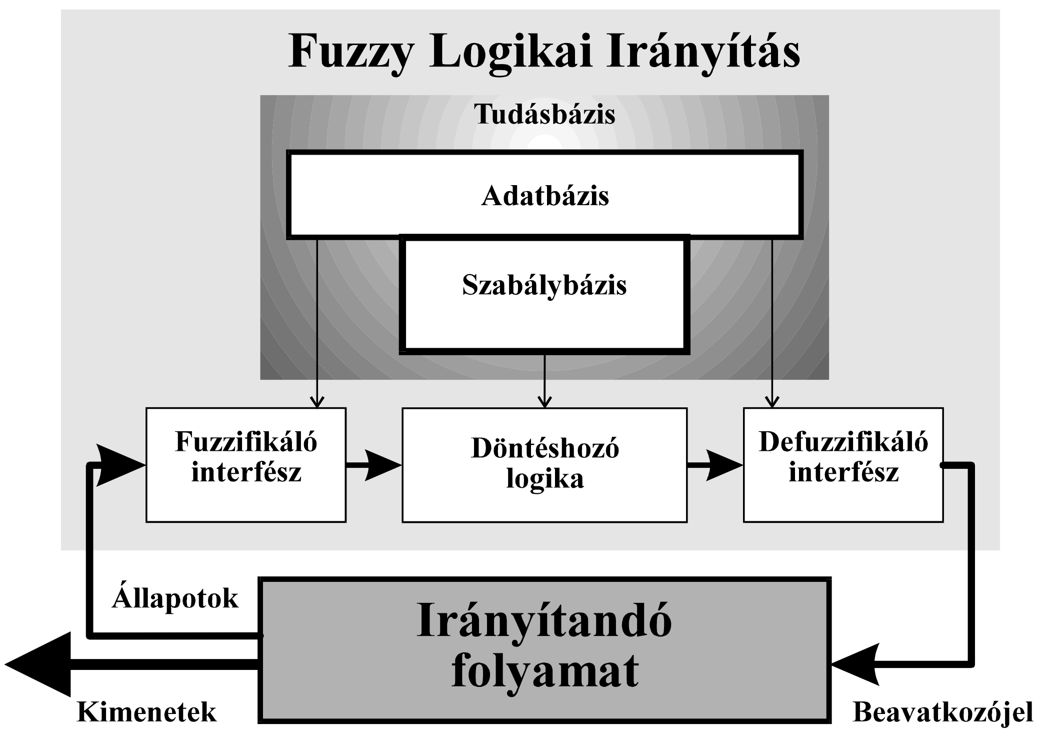
1. **Fuzzifikáló interfész**:
- interfész funkciókat lát el, a további lépések számára feldolgozható formába konvertálja a bemenõ fizikai jeleket
- adatkonverziót végez, az adatbázisban meghatározott alaphalmazra képezi le a megfigyelést
- elvégzi a megfigyelés fuzzifikálását, az adatbázisban leírt nyelvi változóknak megfelelõ fuzzy halmazokat alakít ki.

2. **Adatbázis**:
- tartalmazza a nyelvi fuzzy változókat jellemzõ adatokat, valamennyi megfigyelés- és következtetés-univerzumra (fuzzifikáláshoz és következtetéshez szükséges adatok)

3. **Szabálybázis**:
A szabálybázis az adatbázissal együtt alkotja az irányításra jellemzõ **tudásbázis**t.
- nyelvi változókra épülõ szabályhalmaz, konkrét megfigyelésekhez tartozó következtetések gyûjteménye

4. **Döntéshozó logika**:
- a szabálybázis szabályait és az adatbázis adatait felhasználva meghatározza a konkrét megfigyeléshez tartozó következtetés fuzzy halmazokat

5. **Defuzzifikáló interfész**:
- elvégzi a következtetés defuzzifikálását, visszaalakítja a kapott következtetés fuzzy halmazokat konkrét, az adott kimenõ változónak megfelelõ alaphalmazbeli értékké
- az irányítani kívánt folyamathoz illeszkedõ beavatkozó fizikai jellé alakítja a következtetést



2/a ábra

Nyelvi változónak azt a nyelvi értékekbõl álló halmazt nevezzük, amely alkalmas valamely értelmezési tartomány leírására. A **nyelvi érték**ek fuzzy számokat jelölnek. Egy nyelvi változót öt jellemzõjével határozhatunk meg [5]:

(x, T(x), *U*, G, M) ,

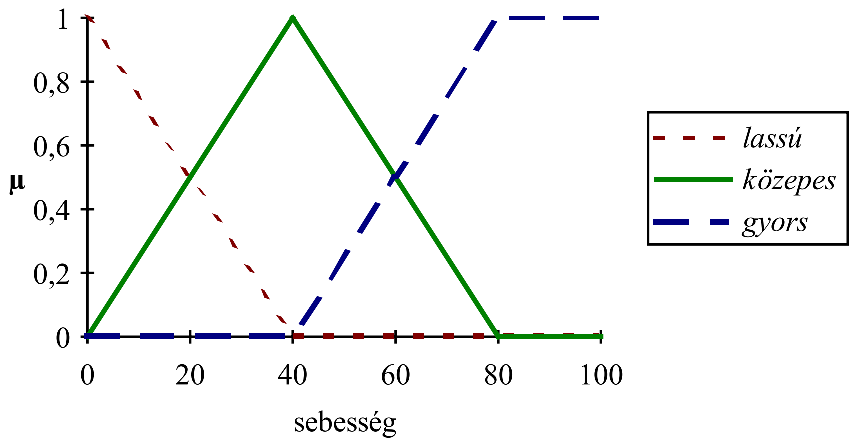
ahol

x : a nyelvi változó neve
T(x) : a nyelvi értékek neveit tartalmazza
U : a nyelvi értékek által jelölt fuzzy számok univerzuma
G : a nyelvi értékek nevének elõállítási szintaxisa
M : a nyelvi érték és a fuzzy szám egymáshozrendelésének szemantikája

© **Kovács, Szilveszter:**
Fuzzy logic control, M.Phil. theses, Technical University of Budapest, Faculty of Informatics and Electrical Engineering, Budapest, Branch of Computer Science, p.116, (1993).

pl. a sebesség nyelvi változó leírása:

x = sebesség
T(x) = { lassú, közepes, gyors }
U = [0,100] (Km/h)



2.1/a ábra

2.1.1 **Fuzzifikációs stratégiák** [5]

A fuzzy logikai irányítóberendezés bemenõ adatai (megfigyelések) általában konkrét értékek. A fuzzifikáló interfész feladata ezen adatok fuzzy számokká történõ alakítása. (A döntéshozó logika bemenõ változói fuzzy halmazok, így az átalakítást mindenképpen el kell végezni.)

Fuzzifikáló operátornak nevezzük azt az operátort, amely valamely nem fuzzy értéket fuzzy halmazzá alakít át.

A adatok tipusától ("származásától") függõen több különbözõ módszer is adódik azok fuzzy halmazzá történõ átalakítására:

- amennyiben valamilyen konkrét, minden bizonytalanságtól mentes értéket alakítunk át fuzzy halmazzá, úgy azt célszerû **egyértékû fuzzy halmaz**zá alakítani:

  $\mu_A(x) = 1$, ha $x = x_0$ és
  $\mu_A(x) = 0$, ha $x \neq x_0$ valamennyi $x \in X$ -re ,

  ahol X az univerzum és x_0 a fuzzifikálandó érték.
  Ez a módszer a fuzzy logikai irányítás alkalmazása során igen elterjedt egyszerû és gyors volta miatt.

- ha az átalakítandó adatot valamilyen véletlen zaj zavarja, vagy a mérés pontosságáról rendelkezünk statisztikai adatokkal, úgy azt érdemes olyan fuzzy számmá alakítani, amely tükrözi az illetõ adat bizonytalanságát. Például, ha ez lehetséges, úgy a véletlen zaj sûrûségfüggvényéhez hasonló alakú tagsági érték függvényt rendelhet hozzá a fuzzifikáló operátor (ez a módszer azonban eléggé számításigényes). Egyszerûbb megoldás, ha háromszög alakú tagsági érték függvényt rendelünk az átalakítandó adathoz úgy, hogy a várható érték feleljen meg a háromszög csúcsának, míg az alapjának mérete a koinfidencia intervallum szélességével legyen arányos.

2.1.2 **Az adatbázis** [5]

Az adatbázis rendeltetése az, hogy valamennyi megfigyelés- és következtetés-univerzumra tartalmazza a nyelvi fuzzy változókat jellemzõ adatokat. A nyelvi fuzzy változók alkalmas megválasztása elengedhetetlenül fontos az irányítóberendezés helyes mûködése szempontjából. A nyelvi változók megválasztása során alapvetõen az irányítandó rendszerrel kapcsolatos korábbi operátori, szakértõi ismeretekre, illetve ha ez nem áll rendelkezésre, akkor a rendszer közelítõ modelljére támaszkodhatunk. Az adatbázisban tárolt adatok az irányítás során a megfigyelések fuzzifikálásához és a következtetések számításához (nyelvi értékekkel megadott szabályok értelmezése) szükségesek.

A megfigyelés- és következtetés-univerzumok kvantálása [3],[5]

Az irányítás során a megfigyelhetõ és a beavatkozó jelek egyaránt lehetnek folytonosak és diszkrétek. A fuzzifikálás egyaránt elvégezhetõ diszkrét és folytonos univerzumokon is. Akkor válhat szükségessé valamely folytonos univerzum diszkrét értékekké alakítása (kvantálás), ha ezzel a döntéshozó egység mûködését úgy gyorsíthatjuk, hogy az irányítás továbbra is helyes maradjon.
Az univerzum kvantálása lehet változó finomságú is (nem lineáris). Ezáltal lehetõség nyílik arra, hogy azokon az univerzumbeli tartományokon, melyekre az irányítás érzékenyebb ott sûrûbb, míg más helyeken ritkább felbontást (kvantálást) alkalmazzunk.

Kvantálás segítségével kétféle módon csökkenthetõ a döntéshozás számításigénye:

- az univerzumok megfelelõ (az irányítandó rendszer ismeretére épülõ tömör) kvantálása esetén jelentõs mértékben csökkenthetõ a megfigyeléseket és következtetéseket leíró szóhossz

- amennyiben a megfigyelés- és következtetés-univerzumok kvantálása során mindössze annyi diszkrét érték adódott, hogy az összes lehetséges diszkrét megfigyelés kombinációhoz tartozó következtetés tárolását az irányítóberendezés tárolókapacitása lehetõvé teszi, úgy elég egyetlen táblázatot létrehozni. A táblázat közvetlenül a megfigyelés-következtetés párokat tartalmazhatja valamennyi lehetséges megfigyelés kombinációra. A döntéshozó algoritmus segítségével a táblázat egyes értékeit elõre ki lehet számítani (off-line módon). Így a döntéshozás az irányítás során egyszerû táblázatban való keresésre redukálódik (look-up table).

A megfigyelés- és következtetés-univerzumok normalizálása

[9],[10],[11],[12],[13],[14],[16],[17]

A megfigyelés- és következtetés-univerzumok normalizálása akkor válhat szükségessé, ha a döntési eljárás közelítõ becslésre épül. Ilyen esetben az univerzumokon távolságmértéket kell definiálni, ehhez pedig szükséges az univerzum normalizálása. (Távolságmérték akkor definiálható, ha az univerzumon létezik rendezés és egyben mérhetõ (metrikus) is.)

Nyelvi változók definiálása a megfigyelés- és következtetés-univerzumokon

[2],[3],[4],[5]

A nyelvi változók definiálása során az egyes megfigyelés- és következtetés-univerzumokhoz tartozó nyelvi változó nyelvi értékeit, illetve az azokhoz tartozó tagsági érték függvényeket kell meghatároznunk. Valamely univerzum **nyelvi érték**ekre történõ bontását **fuzzy felosztás**nak nevezzük. Az így kialakuló fuzzy halmazok alkotják az **elsõdleges fuzzy halmaz**okat. A fuzzy felosztás módja - a halmazok száma és a felosztás mikéntje - alapvetõen tapasztalati értékekre, illetve a folyamat közelítõ modelljére épül.

A nyelvi változókhoz tartozó nyelvi értékek száma - az egyes univerzumokat felosztó elsõdleges fuzzy halmazok száma - meghatározza a maximálisan kialakítható fuzzy szabályok számát:
pl. (a korábbi jelöléssel)

T(sebesség) = { lassú, közepes, gyors }
T(fékerõ) = { zérus, gyenge, közepes, erõs }

fuzzy szabályok maximális száma:

$$|\,\mathrm{T(sebesség)}\,| \cdot |\,\mathrm{T(fékerõ)}\,| = 3 \cdot 4 = 12$$

Minél több részre osztjuk az egyes univerzumokat, annál részletesebben nyílik mód a beavatkozás leírására. Azonban így megnõ a következtetés számításigénye is.

Kompozíciós fuzzy következtetés esetén ([2],[3],[4],[6],[7],[8]) elengedhetetlenül szükséges a **lefedõ "sûrû" fuzzy szabályhalmaz** kialakítása. Ez csak úgy lehetséges, ha a megfigyelés-univerzumok fuzzy felosztása **fedõ**, vagyis az elsõdleges fuzzy halmazok uniója lefedi a teljes univerzumot.

ε-fedõnek nevezünk egy fuzzy felosztást, ha a felosztást alkotó fuzzy halmazok uniójának $\alpha = \varepsilon$, α-vágata megegyezik az univerzummal, tehát teljesen lefedi azt.

pl.

a 2.1/a ábrán megadott három fuzzy halmaz { lassú, közepes, gyors }, 0.5-fedõ a [0,100] sebesség univerzumon.

Általában kompozíciós fuzzy következtetés esetén az egyes megfigyelés-univerzumokat legalább 0.5-fedõ módon kell felosztani annak érdekében, hogy valamely tetszõleges bemenõ megfigyeléshez tartozó elsõdleges fuzzy halmazok között mindig legyen olyan domináns, amelynek megbízhatósága (maximális tagsági értéke) legalább 0.5.

A megfigyelés- és következtetés-univerzumokhoz tartozó elsõdleges fuzzy halmazok (nyelvi értékek) megadására két módszer áll rendelkezésre attól függõen, hogy az illetõ univerzum diszkrét vagy folytonos:

diszkrét univerzum esetén - a nyelvi értékek számának megfelelõ számú vektorral pl.[2]:

A [-7,+7] diszkrét egész értelmezési tartományú változó esetén:

Pozitív Nagy = 0.1/4 + 0.4/5 + 0.8/6 + 1/7

Pozitív Közepes = 0.2/2 + 0.7/3 + 1/4 + 0.7/5 + 0.2/6

Pozitív Kicsi = 0.2/0 + 0.7/1 + 1/2 + 0.7/3 + 0.2/4

Zérus = 0.1/-3 + 0.4/-2 + 0.8/-1 + 1/0 + 0.8/1 + 0.4/2 + 0.1/3

Negatív Kicsi, Negatív Közepes, Negatív Nagy
stb.

folytonos univerzum esetén - a nyelvi értékek számának megfelelõ számú függvénnyel
pl.

2.1/a ábra - a [0,100] sebesség univerzum fuzzy felosztása három { lassú, közepes, gyors } folytonos tagsági függvényû elsõdleges fuzzy halmazból áll.

2.1.3 <u>**A szabálybázis**</u> [5],[7],[10]

A **kompozíciós** tipusú fuzzy következtetési módszerek (lásd: 2.1.4.1 és 2.2) alpvetõen a **modus ponens**, illetve az **általánosított modus ponens** okoskodási módszerre épülnek.

Az **általánosított modus ponens** okoskodás tipikus formája:

Feltevés:

Ha $x = A$ akkor $y = B$

$x = A'$

Következtetés:

$y = B'$

(az okoskodás **modus ponens** tipusúvá redukálódik, ha $A' = A$, $B' = B$)

pl.

Általánosított modus ponens:

Ha a *sebesség GYORS* , **akkor** a *fékút HOSSZÚ*
A *sebesség NAGYON GYORS*

Következtetés:

A *fékút NAGYON HOSSZÚ*

Modus ponens:

Ha a *sebesség GYORS* , **akkor** a *fékút HOSSZÚ*
A *sebesség GYORS*

Következtetés:

A *fékút HOSSZÚ*

A szabályok mindkét esetben "**ha** ... **akkor** ..." formájúak. A szabálybázis feladata az ilyen formátumú szabályok tárolása.

A szabályokban mind az elõzmény, mind a következmény oldalon olyan nyelvi értékek (elsõdleges fuzzy halmazok) szerepelnek, amelyeket korábban a tudásbázisban már definiáltunk.

A szabálybázis szabályai **nem tartalmaznak láncolt következtetést**; a szabályok között nincs olyan, melynek valamelyik elõzménye egy másik szabály következménye lenne.

Valamennyi szabály elõzmény (**antecedens**) oldalán a megfigyelésekhez tartozó feltételek, míg a következmény (**konzekvens**) oldalon a feltételekhez tartozó következtetések szerepelnek:

például az i. szabály általános alakja:

R_i :

Ha $x_1=A_{1,i}$ **És** $x_2=A_{2,i}$ **És** ... **És** $x_n=A_{n,i}$
Akkor
$y_1=B_{1,i}$, $y_2=B_{2,i}$, ... , $y_m=B_{m,i}$

ahol:

n : megfigyelések száma
m : következmények száma
x_j : konkrét megfigyelés $x_j \in X_j$
y_k : következtetés $y_k \in Y_k$
$A_{j,i}$: az i. szabály j. megfigyelés-univerzumához (X_j) tartozó antecedense; nyelvi érték (elsõdleges fuzzy halmaz)
$B_{k,i}$: az i. szabály k. következmény univerzumához (Y_k) tartozó konzekvense; nyelvi érték (elsõdleges fuzzy halmaz)
i $\in$ [1 , r] : szabály sorszáma

Valamennyi szabály ábrázolható tehát antecedenseinek és konzekvenseinek megadásával:
az antecedensek az $\boldsymbol{X} = X_1 \times X_2 \times ... \times X_n$ térben,
a konzekvensek az $\boldsymbol{Y} = Y_1 \times Y_2 \times ... \times Y_m$ térben.

A fuzzy szabályok antecedens $\boldsymbol{X}$, konzekvens $\boldsymbol{Y}$ térben történõ ábrázolását $\boldsymbol{X} \rightarrow \boldsymbol{Y}$ **leképezésnek** nevezzük.
pl.
Ha a szabályok formátuma (i.szabály):
R_i :

Ha $x_1=A_{1,i}$ **És** $x_2=A_{2,i}$ **És** ... **És** $x_n=A_{n,i}$
Akkor
$y_1=B_{1,i}$, $y_2=B_{2,i}$, ... , $y_m=B_{m,i}$

ahol
$x_j \in X_j$ $A_{j,i} \in X_j$
$y_k \in Y_k$ $B_{k,i} \in Y_k$

akkor szabályainkat $\boldsymbol{A} \rightarrow \boldsymbol{B}$ leképezésként ábrázolhatjuk

A **szabálybázis rendeltetése**, hogy valamennyi meglévõ fuzzy szabályhoz tartalmazza a szabályt leíró összes antecedens (feltétel) és konzekvens (következtetés) nyelvi értékeket.

© **Kovács, Szilveszter:**
Fuzzy logic control, M.Phil. theses, Technical University of Budapest, Faculty of Informatics and Electrical Engineering, Budapest, Branch of Computer Science, p.116, (1993).

pl.
Szabálybázis ábrázolása két megfigyelés- és egy következtetés-univerzum esetén mátrix alakban (7·5=35 szabály):

R : $A_1=$

$A_2=$	NL :	NM :	NS :	Z :	PS :	PM :	PL :
NL :	NL	NL	NM	NM	NS	Z	PS
NM :	NL	NM	NM	NS	Z	PS	PM
Z :	NL	NM	NS	Z	PS	PM	PL
PM :	NM	NS	Z	PS	PM	PM	PL
PL :	NS	Z	PS	PM	PM	PL	PL

ahol:

$\boldsymbol{A} = A_1 \times A_2$ az antecedens
$\boldsymbol{B} = B$, a konzekvens (mátrix elemek)

A nyelvi értékek (elsõdleges fuzzy halmazok) nevei:

NL : negatív nagy
NM : negatív közepes
NS : negatív kicsi
Z : nulla
PS : pozitív kicsi
PM : pozitív közepes
PL : pozitív nagy

A szabálybázis felépítésének, szabályok nyerésének módszerei [5]

1. **Szakértõi tudás alapján**

A nyelvi változók használata és a fuzzy szabályok " **Ha** ... **akkor** ... " alakja jól illeszkedik a beszélt nyelvben megfogalmazott instrukciókhoz, ezért a hétköznapi nyelv követelményei szerint megfogalmazott szabályok könnyen alakíthatók át fuzzy szabályokká.
A kialakítandó automatikus fuzzy irányítás szabályainak alapját képezheti a szakértõ tudása (irányítandó folyamattal kapcsolatos elõzetes ismeretei). Nagyon fontos, hogy a szakértõ alaposan ismerje a feladat megoldásának gyakorlati lépéseit. (pl. a [19] cikk egyik szerzõje nem tudta megoldani a fuzzy irányítású kocsi "menj a garázsba" parancsának fuzzy szabályokká alakítását, mert soha nem vezetett még gépkocsit)
Nehézséget jelenthet a szabályok szakértõi tudásból történõ kinyerése, és elõfordulhat az is, hogy az így nyert szabálybázis nem teljes, vagy ellentmondó.
Emberi irányítással korábban már mûködtetett berendezés automatizálása esetén nagy segítséget jelent a berendezéshez csatolt operátori kézikönyv vagy gépkönyv szabályainak fuzzifikálása. Az így kapott alapszabálybázis azután tovább finomítható a berendezést mûködtetõ szakértõ gyakorlati tapasztalatai alapján.

2. **Az irányító operátor tevékenységének alapján**

Olyan berendezések automatizálása esetén, amelyek emberi irányítása már megoldott, de a szabályokat az operátor nem tudja megfelelõen megfogalmazni, az operátori tevékenység megfigyelése és leírása szolgálhat a szabálybázis (vagy annak további finomítása) alapjául.

3. **A folyamat fuzzy modellje alapján**

Olyan esetben, amikor a következtetés kompozíciós fuzzy következtetés útján történik, elengedhetetlenül fontos, hogy a szabályok antecedensei lefedjék a teljes megfigyelés-univerzumot. Ha ez nem teljesül, akkor adódhat olyan megfigyelés (bemeneti érték-kombináció), amihez nem tartozik semmilyen következtetés. Ilyen esetben a döntéshozó tanácstalanná, a következtetés értelmetlenné válik. Ebben az esetben nincs semmiféle következtetés, a "nincs" beavatkozó jel pedig az irányítás során értelmetlen.
Amennyiben vannak a folyamat irányítására vonatkozó szabályaink, úgy azokat értelmezhetjük az illetõ folyamat irányításának - mûködésének leírásaként. A folyamat irányítását leíró szabálybázis így tekinthetõ a **folyamat fuzzy modell**jének.
Ha a meglévõ szabálybázis antecedens részei nem fedik le a teljes megfigyelés-univerzumot, úgy ezen fuzzy modell alapján generálhatunk olyan pótlólagos fuzzy szabályokat (fuzzy közelítõ becslés - interpoláció, extrapoláció, regresszió), melyek szabálybázishoz csatolásával az lefedõ tipusúvá alakítható át. Az így átalakított lefedõ szabálybázis már alkalmassá válik kompozíciós fuzzy következtetések végzésére.

4. **Tanulás alapján**

Az operátori tapasztalatok felhasználásával kialakított fuzzy logikai irányítás csak nagyobb sebességében és hibamentességében tér el az emberi irányítástól [18]. Ha még ennél is pontosabb irányításra van szükség, akkor a fuzzy logikai irányítást adaptívvá kell tenni. Lehetõvé kell tenni az irányítás számára, hogy valamilyen alapszabálybázisból kiindulva, mûködése során változtathassa annak szabályait[18],[19]. (Az alapszabálybázis valamelyik korábban említett módszer segítségével nyerhetõ.)

2.1.4 <u>A döntéshozó logika</u>

[2],[3],[4],[5],[6],[7],[8]

A döntéshozó logika feladata, hogy a szabálybázis szabályait és az adatbázis adatait felhasználva meghatározza a bemenõ megfigyeléshez tartozó fuzzy következtetéseket.
A hozott következtetés, a következtetési eljárástól függõen fuzzy halmaz, vagy reláció.

A szabálybázisban tárolt szabályok formátuma:

R_i :

Ha $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{A}_i$ **Akkor** $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{B}_i$,

ahol

$\boldsymbol{x} = x_1 \times x_2 \times ... \times x_n$: megfigyelés
$\boldsymbol{y} = y_1 \times y_2 \times ... \times y_m$: következtetés
$i \in [\, 1 , r \,]$: szabály sorszáma
$\boldsymbol{A}_i = A_{1,i} \times A_{2,i} \times ... \times A_{n,i}$: antecedens
$\boldsymbol{B}_i = B_{1,i} \times B_{2,i} \times ... \times B_{m,i}$: konzekvens

A szabályokat **fuzzy implikáció**ként értelmezhetjük az antecedens és a konzekvens között [5].
Így az i. szabály jelölése:

$$R_i = \boldsymbol{A}_i \rightarrow \boldsymbol{B}_i$$

Mivel a szabályok között **diszjunktív** kapcsolat van, ezért a teljes szabálybázis felírható a következõ alakban [5]:

$$\mathbf{R} = \boldsymbol{A} \rightarrow \boldsymbol{B} = \cup^{r}_{i=1} R_i = \cup^{r}_{i=1} (\boldsymbol{A}_i \rightarrow \boldsymbol{B}_i)$$

A **szabályok konzekvens része m darab egymástól független következtetés uniója**, így valamennyi szabály felbontható olyan m darab szabály uniójává, amelyek konzekvens része már csak egyetlen következtetést tartalmaz [5]:

$$\begin{aligned} \mathbf{R} &= \cup^{r}_{i=1} (\boldsymbol{A}_i \rightarrow (B_{1,i} \cup B_{2,i} \cup ... \cup B_{m,i})) = \\ &= \cup^{r}_{i=1} (\boldsymbol{A}_i \rightarrow B_{1,i}) \cup \cup^{r}_{i=1} (\boldsymbol{A}_i \rightarrow B_{2,i}) \cup ... \cup^{r}_{i=1} (\boldsymbol{A}_i \rightarrow B_{m,i}) = \\ &= \cup^{m}_{k=1} \cup^{r}_{i=1} (\boldsymbol{A}_i \rightarrow B_{k,i}) \end{aligned}$$

A szabályok egyetlen konzekvensûvé alakíthatósága miatt elégséges a fuzzy következtetést csupán olyan esetre vizsgálni, ahol a szabályok több megfigyelés, de csak egyetlen következtetés-univerzumra vonatkoznak.

Többkonzekvensû következtetés esetén ez azt jelenti, hogy a feladat redukálható a konzekvensek számának megfelelõ többszöri egykonzekvensû következtetésre:

$$\mathbf{R}_k = \cup^{r}_{i=1} (\boldsymbol{A}_i \rightarrow B_{k,i})$$
$$\mathbf{R}^M = \cup^{m}_{k=1} \cup^{r}_{i=1} (\boldsymbol{A}_i \rightarrow B_{k,i}) = \cup^{m}_{k=1} \mathbf{R}_k$$

A szabályhalmaz így -, ha az az egyszerûsítés végett szükséges - **egykonzekvensû implikációk** halmazának tekinthetõ:

$$\mathbf{R} = \bigcup^{r}_{i=1} (\boldsymbol{A}_i \to B_i)$$

A **szabályok** (fuzzy implikációk) **relációk** az $\boldsymbol{X} \times \boldsymbol{Y}$ univerzumon [2],[3],[5].
Az i. szabály esetén:

$$R_i = \boldsymbol{A}_i \to \boldsymbol{B}_i = \boldsymbol{A}_i \times \boldsymbol{B}_i$$

ahol

$i \in [\ 1 , r\ ]$: szabály sorszáma
$\boldsymbol{A}_i \in \boldsymbol{X} = X_1 \times X_2 \times ... \times X_n$: antecedens
$\boldsymbol{B}_i \in \boldsymbol{Y} = Y_1 \times Y_2 \times ... \times Y_m$: konzekvens

A szabály reláció **egyetlen antecedens** esetén [2]:
Az i. szabály:

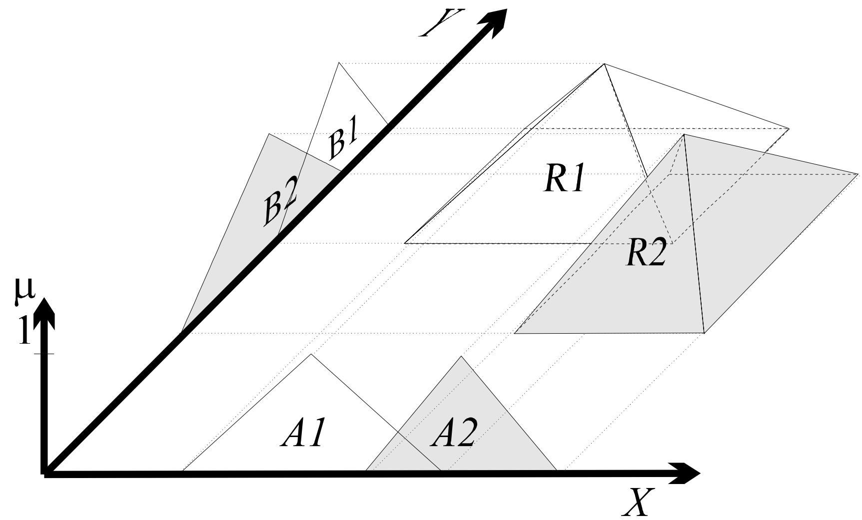
$$R_i = A_i \to B_i = A_i \times B_i = \int_{X \times Y} \mu_A(x) \cap \mu_B(y) / (x,y) \quad ,$$

ahol

$i \in [\ 1 , r\ ]$: szabály sorszáma
$A_i \in X$: antecedens
$B_i \in Y$: konzekvens
$x \in X$, $y \in Y$
$\cap$: a fuzzy metszet jele (t-norma)

A szabály reláció elemeihez többféleképpen rendelhetünk tagsági értéket (fuzzy t-norma). A fuzzy logikai irányítás gyakorlati alkalmazásában a legelterjedtebb a Zadeh-féle minimum metszet [2][3][4][5].

pl.
Két darab egyantecedensû és egykonzekvensû szabályból álló szabálybázis (minimum metszet esetén) az $X \times Y$ térben ábrázolva (a szabálybázis $X \to Y$ leképezése): 2.1.4/a ábra



2.1.4/a ábra

A **több antecedenst tartalmazó szabály**ok esetén a szabály antecedensei között konjunktív kapcsolat áll fenn [2]. Az antecedensek fuzzy relációt alkotnak a megfigyelés-univerzumon. A reláció elemeihez tagsági értéket az antecedens fuzzy halmazok t-normájaként kaphatunk (fuzzy konjunkció).

A szabály reláció több antecedens esetén [5]:
Az i. szabály:

$$R_i = \boldsymbol{A}_i \rightarrow B_i = (A_{1,i} \times A_{2,i} \times ... \times A_{n,i}) \rightarrow B_i = (A_{1,i} \times A_{2,i} \times ... \times A_{n,i}) \times B_i =$$

$$= \int_{\boldsymbol{X}\times Y} (\mu_{A_{1,i}}(x_1) \cap \mu_{A_{2,i}}(x_2) \cap ... \cap \mu_{A_{n,i}}(x_n)) \cap \mu_B(y) \,/\, (x_1,x_2,...,x_n,y) =$$
$$= \int_{\boldsymbol{X}\times Y} \mu_{A_{1,i}}(x_1) \cap \mu_{A_{2,i}}(x_2) \cap ... \cap \mu_{A_{n,i}}(x_n) \cap \mu_B(y) \,/\, (x_1,x_2,...,x_n,y) \qquad ,$$

ahol

$i \in [1 , r]$: szabály sorszáma
$\boldsymbol{A}_i \in \boldsymbol{X} = X_1 \times X_2 \times ... \times X_n$: antecedens
$B_i \in Y$: konzekvens
$x_1 \in X_1$, $x_2 \in X_2$,..., $x_n \in X_n$, $y \in Y$
$\cap$: a fuzzy metszet jele (pl. Zadeh-féle min. metszet)

2.1.4.1 <u>Kompozíciós fuzzy következtetés</u>

[2],[3],[4],[5],[6],[7],[8]

Az elsõ fuzzy következtetésre alkalmas algoritmust, a kompozíciós fuzzy következtetést L.A.Zadeh írta le 1973-ban (**C**ompositional **R**ule of **I**nference - **CRI).**

A kompozíciós fuzzy következtetés során a **következtetés a megfigyelés fuzzy halmaz és a szabálybázis reláció kompozícójaként adódik**[2]:

$$y = x \circ \mathbf{R} \qquad ,$$

ahol

$x \in X$: megfigyelés fuzzy halmaz
$y \in Y$: következtetés fuzzy halmaz
R : szabálybázis reláció (egy antecedensû, egy konzekvensû szabályok uniója)

A következmény fuzzy halmaz Zadeh-féle max-min kompozíció alkalmazásával:

$$y = x \circ \mathbf{R}$$

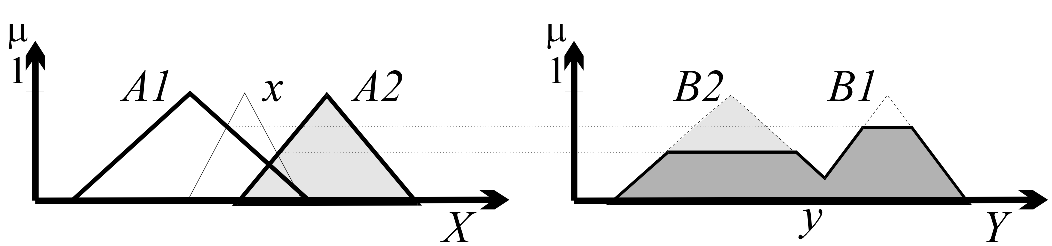
$$\begin{aligned}
\mu_{x\circ\mathbf{R}}(y) &= \max_{x\in X} \min[\ \mu_x(x)\ ,\ \mu_{\mathbf{R}}(x,y)\ ] = \\
&= \max_{x\in X} \min[\ \mu_x(x)\ ,\ \cup^{r}_{i=1}\ \mu_{R_i}(x,y)\ ] = \\
&= \max_{x\in X} \min[\ \mu_x(x)\ ,\ \cup^{r}_{i=1} \min(\ \mu_{A_i}(x),\mu_{B_i}(y)\ )\ ] = \\
&= \max_{x\in X} \cup^{r}_{i=1} \min[\ \mu_x(x)\ ,\ \min(\ \mu_{A_i}(x),\mu_{B_i}(y)\ )\ ] = \\
&= \max_{x\in X} \cup^{r}_{i=1} \min[\ \mu_x(x)\ ,\ \mu_{A_i}(x)\ ,\ \mu_{B_i}(y)\ ] = \\
&= \max_{x\in X} \max_{x\in X, y\in Y} (\ \min[\ \mu_x(x)\ ,\ \mu_{A_1}(x)\ ,\ \mu_{B_1}(y)\ ]\ , \\
&\qquad \min[\ \mu_x(x)\ ,\ \mu_{A_2}(x)\ ,\ \mu_{B_2}(y)\ ]\ , \ldots\ , \\
&\qquad \min[\ \mu_x(x)\ ,\ \mu_{A_r}(x)\ ,\ \mu_{B_r}(y)\ ]\ ) = \\
&= \cup^{r}_{i=1} \max_{x\in X} \min[\ \mu_x(x)\ ,\ \mu_{A_i}(x)\ ,\ \mu_{B_i}(y)\ ] = \\
&= \cup^{r}_{i=1}\ \mu_{x\circ R_i}(y) \qquad \text{valamennyi } y\in Y \text{ esetén.}
\end{aligned}$$

A szabály relációk unióján számított következtetés (kompozíció) megegyezik az egyes szabály relációkon külön-külön számított következtetések uniójával.

Folytonos fuzzy halmazok esetén, amennyiben nem létezik maximuma a reláció vetületének, úgy annak szuprémumát kell vizsgálni (vetület):

$$\begin{aligned}
\mu_{x\circ\mathbf{R}}(y) &= \sup_{x\in X} \min[\ \mu_x(x)\ ,\ \mu_{\mathbf{R}}(x,y)\ ] = \\
&= \cup^{r}_{i=1} \sup_{x\in X} \min[\ \mu_x(x)\ ,\ \mu_{A_i}(x)\ ,\ \mu_{B_i}(y)\ ] \\
&= \cup^{r}_{i=1}\ \mu_{x\circ R_i}(y) \qquad \text{valamennyi } y\in Y \text{ esetén.}
\end{aligned}$$

pl. Két szabály esetén a kompozíciós fuzzy következtetés
(Zadeh-féle max-min kompozíció): 2.1.4.1/a ábra



2.1.4.1/a ábra

Kompozíciós fuzzy következtetés **több megfigyelés** esetén:

$$y = (x_1 , x_2 ,..., x_n) \circ \mathbf{R} \qquad ,$$

ahol

$x_1 \in X_1 , x_2 \in X_2 ,..., x_n \in X_n$: megfigyelés fuzzy halmazok
$y \in Y$: következtetés fuzzy halmaz
$\mathbf{R}$: szabálybázis reláció (több antecedensû, egy konzekvensû szabályok)

A következmény fuzzy halmaz Zadeh-féle max-min kompozíció alkalmazásával:

$$y = (x_1 , x_2 ,..., x_n) \circ \mathbf{R}$$

$$\begin{aligned}
\mu_{(x1,x2,...,xn)\circ\mathbf{R}}(y) &= \max_{x_1,x_2,...,x_n} \min[\, \mu_{x_1}(x_1),\mu_{x_2}(x_2),...,\mu_{x_n}(x_n) \,,\, \mu_{\mathbf{R}}(x,y) \,] = \\
&= \max_{x_1,x_2,...,x_n} \min[\, \mu_{x_1}(x_1),\mu_{x_2}(x_2),...,\mu_{x_n}(x_n) \,,\, \cup^{r}_{i=1}\, \mu_{R_i}(x_1,x_2,..,x_n,y) \,] = \\
&= \max_{x_1,x_2,...,x_n} \min[\, \mu_{x_1}(x_1),\mu_{x_2}(x_2),...,\mu_{x_n}(x_n) \,, \\
&\qquad\qquad \cup^{r}_{i=1} \min(\, \mu_{A_{1,i}}(x_1),\mu_{A_{2,i}}(x_2),...,\mu_{A_{n,i}}(x_n),\mu_{B_i}(y) \,) \,] = \\
&= \max_{x_1,x_2,...,x_n} \cup^{r}_{i=1} \min[\, \mu_{x_1}(x_1),\mu_{x_2}(x_2),...,\mu_{x_n}(x_n) \,, \\
&\qquad\qquad \mu_{A_{1,i}}(x_1),\mu_{A_{2,i}}(x_2),...,\mu_{A_{n,i}}(x_n),\mu_{B_i}(y) \,) \,] = \\
&= \cup^{r}_{i=1} \max_{x_1,x_2,...,x_n} \min[\, \mu_{x_1}(x_1),\mu_{x_2}(x_2),...,\mu_{x_n}(x_n) \,, \\
&\qquad\qquad \mu_{A_{1,i}}(x_1),\mu_{A_{2,i}}(x_2),...,\mu_{A_{n,i}}(x_n),\mu_{B_i}(y) \,) \,] = \\
&= \cup^{r}_{i=1}\, \mu_{(x1,x2,...,xn)\circ R_i}(y) \qquad \text{valamennyi } y \in Y \text{ esetén.}
\end{aligned}$$

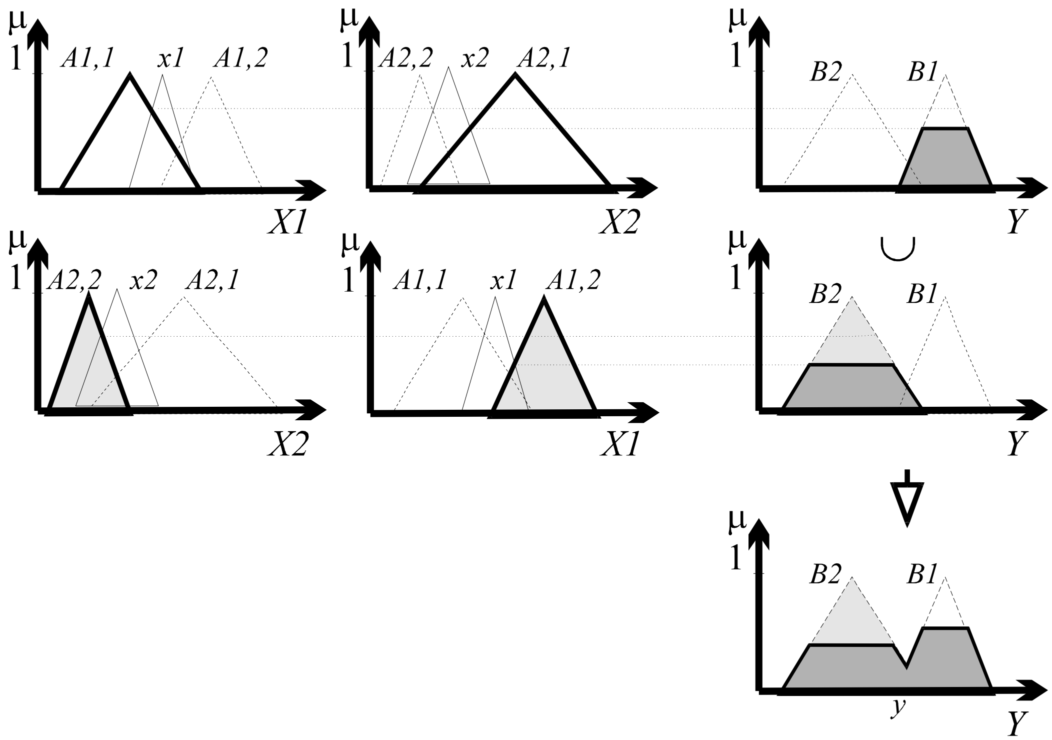
Az egy antecedensû esettel azonos módon, a szabály relációk unióján számított következtetés (kompozíció) ebben az esetben is megegyezik az egyes szabály relációkon külön-külön számított következtetések uniójával.

Folytonos fuzzy halmazok esetén, amennyiben nem létezik maximuma a reláció vetületének, úgy annak szuprémumát kell vizsgálni (vetület):

$$\begin{aligned}
\mu_{(x1,x2,...,xn)\circ\mathbf{R}}(y) &= \sup_{x_1,x_2,...,x_n} \min[\, \mu_{x_1}(x_1),\mu_{x_2}(x_2),...,\mu_{x_n}(x_n) \,,\, \mu_{\mathbf{R}}(x,y) \,] = \\
&= \cup^{r}_{i=1} \sup_{x_1,x_2,...,x_n} \min[\, \mu_{x_1}(x_1),\mu_{x_2}(x_2),...,\mu_{x_n}(x_n) \,, \\
&\qquad\qquad \mu_{A_{1,i}}(x_1),\mu_{A_{2,i}}(x_2),...,\mu_{A_{n,i}}(x_n),\mu_{B_i}(y) \,) \,] = \\
&= \cup^{r}_{i=1}\, \mu_{(x1,x2,...,xn)\circ R_i}(y) \qquad \text{valamennyi } y \in Y \text{ esetén.}
\end{aligned}$$

pl. Két darab kétantecedensû szabály esetén a fuzzy következtetés (Zadeh-féle max-min kompozíció): 2.1.4.1/b ábra

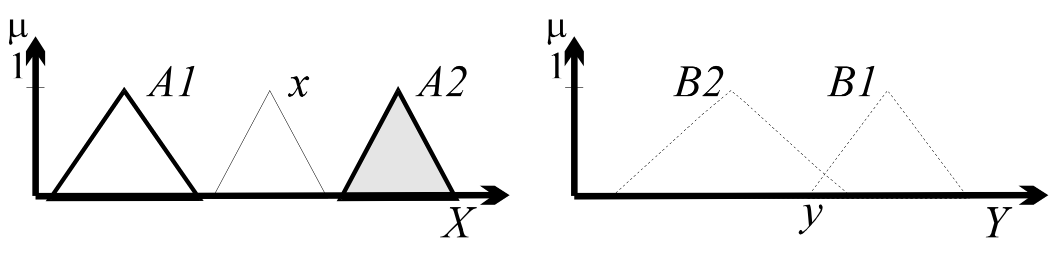
© Kovács, Szilveszter:
Fuzzy logic control, M.Phil. theses, Technical University of Budapest, Faculty of Informatics and Electrical Engineering, Budapest, Branch of Computer Science, p.116, (1993).



2.1.4.1/b ábra

A 2.1.4.1/a,b ábrából jól kitûnik a kompozíciós fuzzy következtetés lényege. Minél inkább illeszkedik egy megfigyelés valamely szabály antecedensére (minél nagyobb metszetük maximális tagsági értéke), annál nagyobb súllyal szerepel az illetõ szabály konzekvens része a végsõ következtetésben.
A fuzzy következtetés fuzzy logikai irányításra való alkalmazása esetén elengedhetetlenül fontos, hogy minden lehetséges megfigyeléshez tartozzon valamilyen következtetés. Amennyiben kompozíciós következtetés esetén a megfigyelés nem illeszkedik egyetlen szabály antecedens részére sem (metszetük üres halmaz, pl. 2.1.4.1/c ábra), úgy a következtetés fuzzy halmaz valamennyi tagsági értéke zérus. Vagyis az illetõ szabálybázis alkalmazásával a megfigyelésbõl nem vonható le következtetés. Ez a fuzzy logikai irányítás során nem engedhetõ meg, hiszen a "nincs beavatkozó jel" ebben az esetben értelmetlen (a "nincs beavatkozó jel" nem azonos a beavatkozó jel zérus értékével, vagy azzal, hogy az nem változik).

pl. Nincs következtetés az *x* megfigyelésre két szabály esetén:



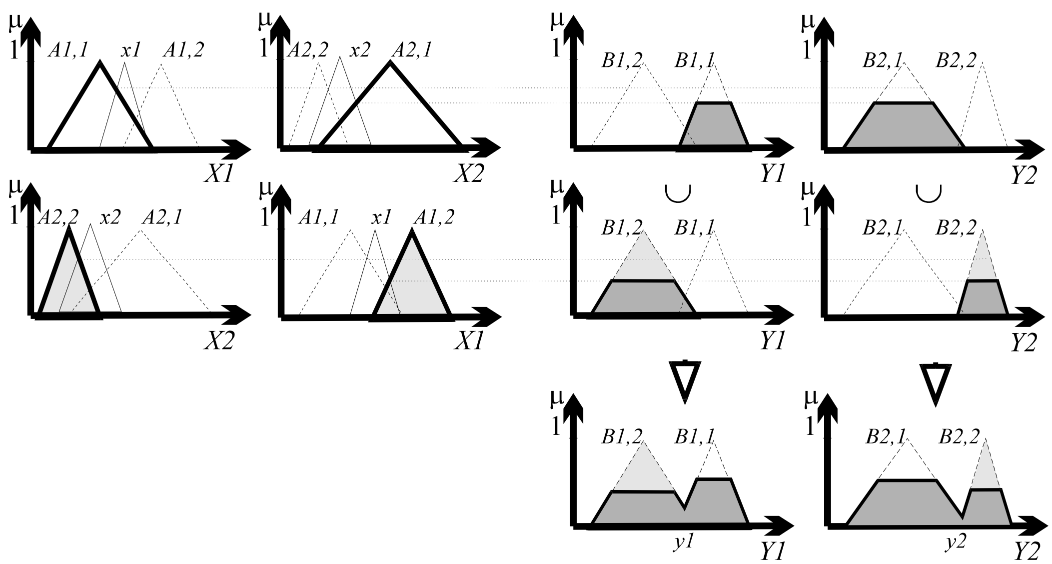
2.1.4.1/c ábra

© Kovács, Szilveszter:
Fuzzy logic control, M.Phil. theses, Technical University of Budapest, Faculty of Informatics and Electrical Engineering, Budapest, Branch of Computer Science, p.116, (1993).

Az, hogy kompozíciós következtetés alkalmazása esetén bármely megfigyeléshez tartozzon következtetés, úgy érhetõ el, ha a szabálybázis lefedõ ("sûrû").

Lefedõ szabálybázis abban az esetben alakítható ki, ha az egyes megfigyelés-univerzumokon kialakított elsõdleges fuzzy halmazok (nyelvi értékek) lefedõek. Továbbá, ha az összes megfigyelés-univerzum valamennyi nyelvi érték kombinációjához rendelünk fuzzy szabályt, - melynek konzekvens része nem zérus, - akkor a kapott szabálybázis lefedõ lesz.

Amennyiben a szabálybázis többkonzekvensû szabályokat tartalmaz, úgy valamely szabály egyes konzekvenseire vonatkozó fuzzy döntések antecedensekkel és megfigyelésekkel kapcsolatos részei összevonhatóak (pl.2.1.4.1/d ábra).



2.1.4.1/d ábra

2.1.5. **Defuzzifikáló interfész**

[2],[3],[4],[5],[6],[7],[8]

Az irányítani kívánt folyamat beavatkozó jelei általában konkrét, nem fuzzy fizikai értékek. A defuzzifikáló interfész feladata az, hogy a döntéshozó logika által elõállított következtetés fuzzy halmazokat alakítsa át az adott kimenõváltozónak megfelelõ alaphalmazbeli értékekké (feltéve, hogy nem fuzzy halmaz a kívánt eredmény). Az így kapott nem fuzzy következtetések azután tovább alakíthatók az irányítani kívánt folyamathoz illeszkedõ beavatkozó fizikai jelekké.

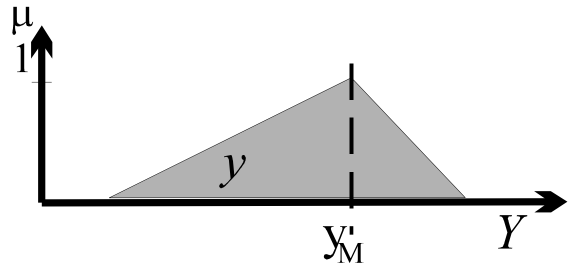
2.1.5.1 **Defuzzifikálási módszerek** [2],[5]

A defuzzifikálás célja, hogy valamely fuzzy halmazt olyan nem fuzzy értékké alakítson, amellyel az illetõ fuzzy halmaz a leginkább jellemezhetõ.

Maximális tagsági értékû elem keresésének módszere

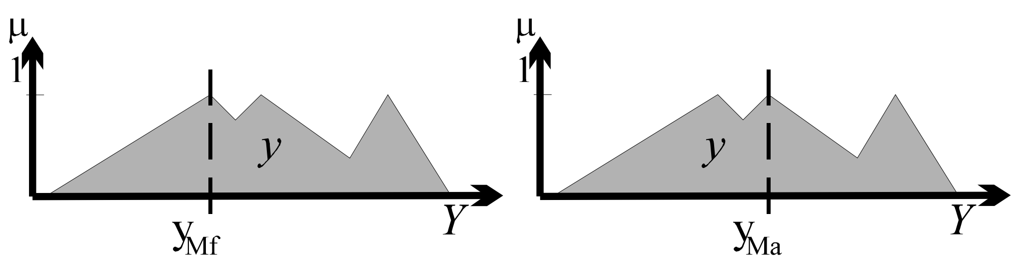
A módszer lényege annak az alaphalmazbeli elemnek a megkeresése, amelyhez tartozó tagsági érték maximális (pl:2.1.5.1/a ábra):

$$y_M: \quad y_M \in Y, \qquad \mu_{\mathit{y}}(y_M) = \max_{y \in Y} \mu_{\mathit{y}}(y)$$



2.1.5.1/a ábra

A módszer hibája, hogy nem minden esetben egyértelmû. Ugyanis általánosságban több alaphalmazbeli elem is rendelkezhet ugyanazzal a maximális tagsági értékkel. Amennyiben ez egyértelmû, úgy az illetõ elem a "legjellemzõbb" a vizsgált fuzzy halmazra, vagyis ez az elem tartozik a legszorosabban a halmazhoz. (Ha a maximális elem nem egyértelmû, akkor több elem is "jellemzi" a fuzzy halmazt.)
Annak érdekében, hogy a módszer több maximális elemmel rendelkezõ fuzzy halmazok defuzzifikálására is alkalmas legyen, két stratégia terjedt el. Az egyik stratégia mindig az elsõ maximális elemet választja a halmazra legjellemzõbb elemül (2.1.5.1/b ábra: y_{Mf}), míg a másik véletlenszerûen választ egyet a maximális elemek közül (2.1.5.1/b ábra: y_{Ma}). Az elsõ elemet értelmezhetjük a többi elemet megelõzõ elemként (struktúrált univerzum esetén), vagy az elõször (utoljára) fellelt maximális tagsági értékû elemként is (ez az algoritmustól függõen megegyezhet a véletlen választással).



2.1.5.1/b ábra

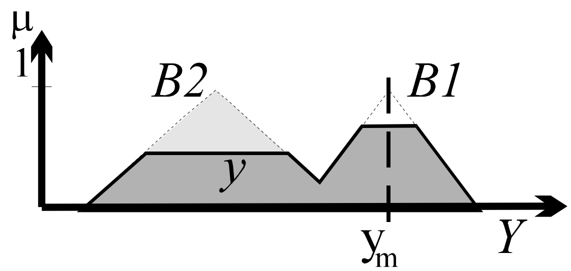
Maximumok átlagolásának módszere

Ez az elõbbi módszer (maximális tagsági értékû elem keresés) hibáját, a nem mindig egyértelmûséget oldja fel azzal, hogy a maximális tagsági értékû elem helyett azok átlagát választja a fuzzy halmazra legjellemzõbb elemnek (pl:2.1.5.1/c ábra):

$$y_M: \ \{\ y^i_M \in Y \mid \mu_{\mathit{y}}(y^i_M) = \max_{y \in Y} \mu_{\mathit{y}}(y)\ \}$$
$$y_m = \sum^n_{i=1}(\ y^i_M / n\ ) \qquad ,$$

ahol

n : a maximális tagsági értékû elemek száma



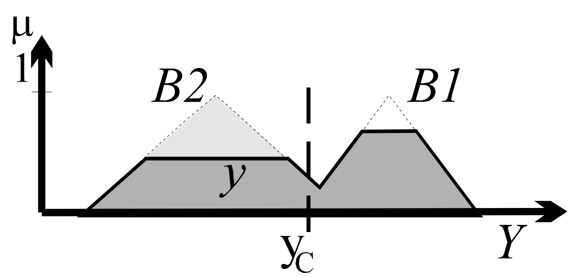
2.1.5.1/c ábra

A módszer egyik hibája, hogy csak a leginkább fuzzy halmazhoz tartozó elemekre koncentrál, míg teljesen figyelmen kívül hagyja a többi elemet (pl:2.1.5.1/c ábra).
Másik lényeges hibájának azt tartom, hogy elõfordulhat az az eset, amikor a módszerrel választott fuzzy halmazra leginkább jellemzõ elem nem is tagja a fuzzy halmaznak (a hozzá tartozó tagsági érték zérus), esetleg annak még csak az értelmezési tartományában (univerzumában) sem szerepel (pl. diszkrét univerzum esetén).
(pl:2.1.5.1/f ábra)

<u>A súlypont keresésének módszere</u>

Ennek lényege a maximumok átlagolása módszerének a halmaz valamennyi elemére történõ kiterjesztése. Ez a fuzzy halmaz legjellemzõbb eleméül, a halmaz elemeinek tagsági értékekkel súlyozott átlagát választja (pl:2.1.5.1/d ábra):

$$y_c = \sum_{y\in Y}(\ \mu_{\mathit{y}}(y) \cdot y\ )\ /\ \sum_{y\in Y}\ \mu_{\mathit{y}}(y)$$



2.1.5.1/d ábra

A módszer hibája - a maximumok átlagolásához hasonlóan -, hogy elõfordulhat az az eset, amikor a módszerrel választott fuzzy halmazra leginkább jellemzõ elem nem is tagja a fuzzy halmaznak (a hozzá tartozó tagsági érték zérus), esetleg annak még csak az értelmezési tartományában (univerzumában) sem szerepel (pl. diszkrét univerzum esetén).
(pl:2.1.5.1/f ábra)

A súlypontkeresés módszer egyszerûsítése

© Kovács, Szilveszter:
Fuzzy logic control, M.Phil. theses, Technical University of Budapest, Faculty of Informatics and Electrical Engineering, Budapest, Branch of Computer Science, p.116, (1993).

Az egyszerûsítés lényege abban áll, hogy amennyiben valamely fuzzy halmaz más fuzzy halmazok uniójaként adódik, és az összetevõ halmazok legjellemzõbb elemei ismertek, úgy az unió halmaz számítható ezen elemek súlyozott átlagaként. Az egyes összetevõ halmazok legjellemzõbb elemeihez rendelt súlytényezõknek jellemzõnek kell lenniük az illetõ halmazra (a halmaz "súlyának" kell lennie). Minél dominánsabb tehát valamely összetevõ a többihez képest, annál nagyobb súllyal kell szerepelnie az õt képviselõ elemnek is az összegzésben:

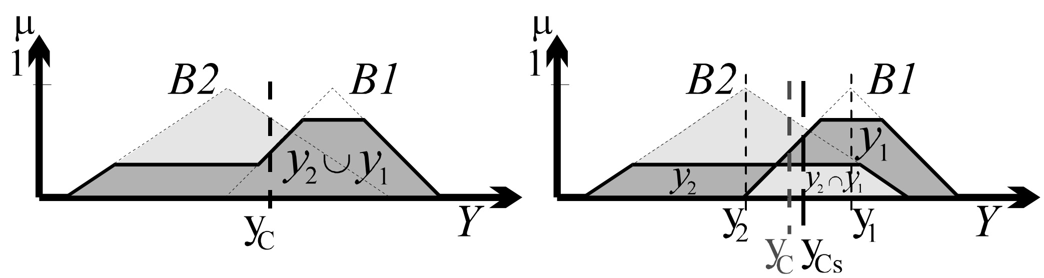
$$y = y_1 \cup y_2 \cup \ldots \cup y_n \qquad \text{: összetevõk}$$

$$w_i = \sum_{y \in Y} \mu_{y_i}(y) \qquad \text{: súlytényezõk}$$

$$y_i = \sum_{y \in Y} \left(\mu_{y_i}(y) \cdot y \right) / \sum_{y \in Y} \mu_{y_i}(y) \qquad \text{: legjellemzõbb elemek}$$

$$y_{cs} = \sum_{i \in [1,n]} \left(w_i \cdot y_i \right) / \sum_{i \in [1,n]} w_i$$

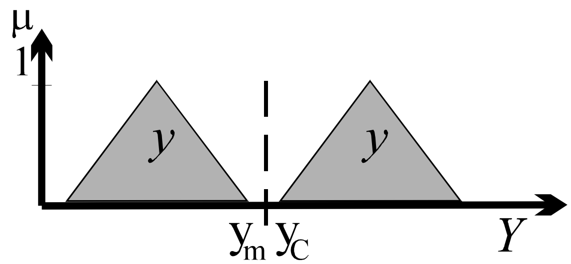
Ez a módszer abban az esetben egyszerûsíti a számítást, ha az összetevõ halmazok súlya, illetve a legjellemzõbb elemük egyszerûen számítható (pl. tagsági függvényeik speciális formájúak). Ebben az esetben nem okoz többletmunkát az unióként adódó bonyolultabb formájú függvény súlypontjának kiszámítása.
A módszer hibája, hogy mindössze közelítése a súlypontkereséses módszernek. Az egymást "fedõ" összetevõk megváltoztatják az eredményt. Abban az esetben, ha az összetevõ fuzzy halmazok diszjunktak, úgy a két módszer azonos eredményt ad, általánosságban azonban eltérnek egymástól (pl. 2.1.5.1/e ábra)



2.1.5.1/e ábra

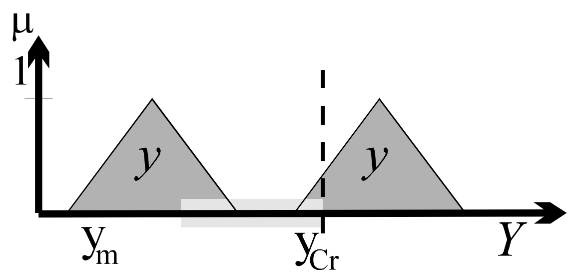
Defuzzifikálás korlátozással

Valamennyi korábban említett defuzzifikálási módszer esetén (kivéve a maximális tagsági értékû elem keresésének módszerét) problémát jelent, ha a módszer által választott, a fuzzy halmazra leginkább jellemzõ elem nem tagja az illetõ fuzzy halmaznak (a hozzá tartozó tagsági érték zérus), esetleg annak még csak az értelmezési tartományában (univerzumában) sem szerepel (pl. diszkrét univerzum esetén). (pl:2.1.5.1/f ábra)



2.1.5.1/f ábra

Az ilyen esetben fellépõ ellentmondás a defuzzifikálás korlátozásával oldható föl. Lehetõvé kell tenni az egyes értelmezési tartománybeli, illetve az azon kívül esõ elemek kizárását a defuzzifikálásból.
Abban az esetben, ha az alkalmazott defuzzifikálási módszer ezen "tiltott" tartománybeli eredményt adna, akkor legjellemzõbb elemként az ahhoz legközelebb esõ nem tiltott elemet kell választani (pl.2.1.5.1/g ábra). Amennyiben nem értelmezhetõ rendezés az illetõ univerzumon (nincs legközelebb esõ), úgy egy olyan tetszõleges elemet kell választani, amely nem tiltott és tagja a halmaznak (pl. hasonlóan a maximális tagsági értékû elem kereséséhez).



2.1.5.1/g ábra

2.2 Kompakt fuzzy következtetési módszer

[6],[7],[8]

A kompakt fuzzy következtetési módszer a kompozícióra épülõ fuzzy következtetés módosításának tekinthetõ.

A kompozíciós fuzzy következtetés (Mamdani-féle módszer) során a következtetés nem más, mint a megfigyelés és a szabálybázis reláció kompozíciójából adódó fuzzy halmaz defuzzifikált értéke.
Max-min kompozíció és súlypontkereséses defuzzifikáció esetén:

$$y = x \circ \mathbf{R}$$

$$\begin{aligned}\mu_y(\mathrm{y}) &= \mu_{x\circ\mathbf{R}}(\mathrm{y}) = \\ &= \max_{\mathrm{x}\in X} \min[\ \mu_x(\mathrm{x})\ ,\ \mu_{\mathbf{R}}(\mathrm{x,y})\ ] = \\ &= \max_{\mathrm{x}\in X} \min[\ \mu_x(\mathrm{x})\ ,\ \cup^{\mathrm{r}}_{\mathrm{i=1}}\ \mu_{\mathrm{R_i}}(\mathrm{x,y})\ ] = \\ &= \max_{\mathrm{x}\in X} \min[\ \mu_x(\mathrm{x})\ ,\ \cup^{\mathrm{r}}_{\mathrm{i=1}}\ \min(\ \mu_{A_\mathrm{i}}(\mathrm{x}),\mu_{B_\mathrm{i}}(\mathrm{y})\ )\ ]\end{aligned}$$

valamennyi $y \in Y$ esetén

$$y_m = \sum_{y\in Y}(y\cdot\mu_y(y)) \;/\; \sum_{y\in Y} \mu_y(y) \quad ,$$

ahol:

$x \in X$: megfigyelés fuzzy halmaz
$y \in Y$: következtetés fuzzy halmaz
R : szabálybázis reláció
X : megfigyelés-univerzum
Y : következtetés-univerzum
$x \in X$, $y \in Y$
$y_m \in Y$: következtetés

A **kompakt fuzzy következtetési módszer** [6],[7],[8] esetén a fuzzy következtetés a szabálybázis reláció univerzumán értelmezett reláció (következtetés reláció). A következtetés reláció a szabálybázis reláció és a megfigyelés fuzzy halmaz metszeteként adódik. A nem fuzzy következtetés a fuzzy következtetés reláció "térbeli súlypontjának" következtetés-univerzumra vett vetületeként számítható ki.
Zadeh-féle min metszet alkalmazása esetén:

$$\mathbf{R}_c = [x\downarrow(Y\text{-}X)] \cap \mathbf{R}$$

$$\begin{aligned}\mu_{\mathbf{R}c}(x,y) &= \\ &= \min[\ \mu_x(x)\ ,\ \mu_{\mathbf{R}}(x,y)\ ] = \\ &= \min[\ \mu_x(x)\ ,\ \cup^{r}_{i=1}\ \mu_{R_i}(x,y)\ ] = \\ &= \min[\ \mu_x(x)\ ,\ \cup^{r}_{i=1}\ \min(\ \mu_{A_i}(x),\mu_{B_i}(y)\ )\ ]\end{aligned}$$

valamennyi $x\in X$, $y\in Y$ esetén

$$y_c = \sum_{x\in X}\sum_{y\in Y}(y\cdot\mu_{\mathbf{R}c}(x,y)) \;/\; \sum_{x\in X}\sum_{y\in Y} \mu_{\mathbf{R}c}(x,y) \quad ,$$

ahol:

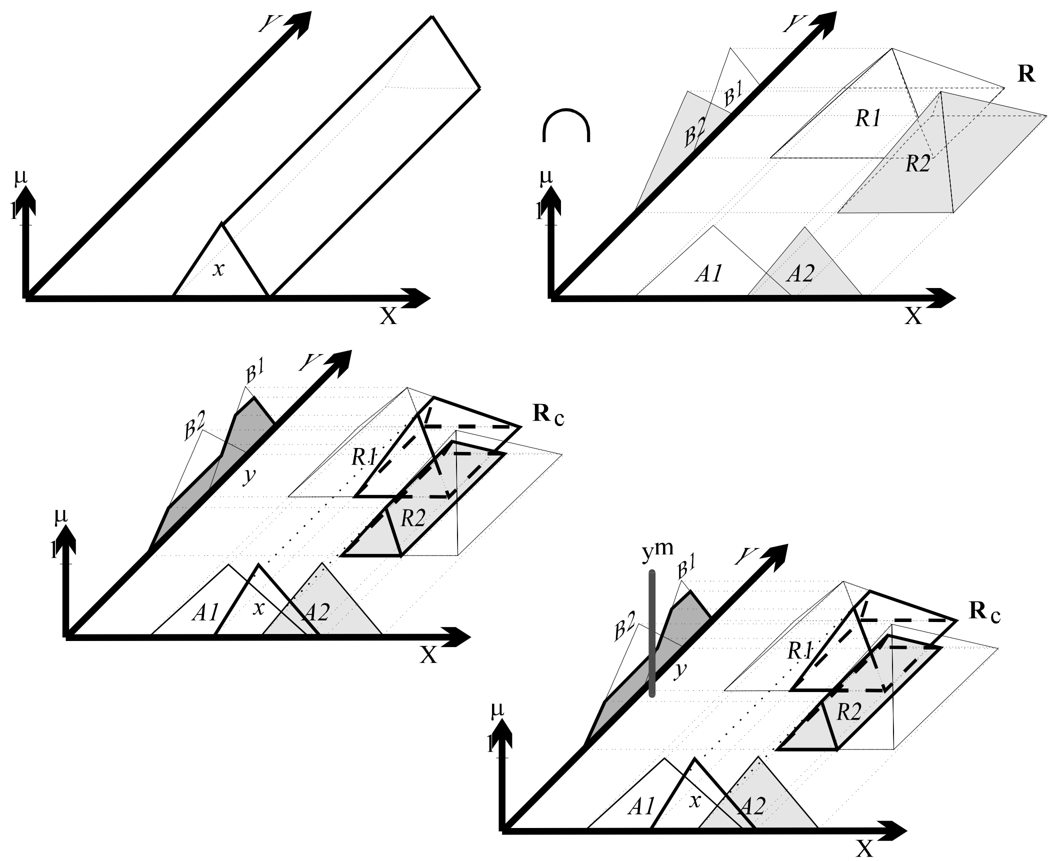
$x \in X$: megfigyelés fuzzy halmaz
$y \in Y$: következtetés fuzzy halmaz
R : szabálybázis reláció
$\mathbf{R}_c$: fuzzy következtetés reláció
X : megfigyelés-univerzum
Y : következtetés-univerzum
$x \in X$, $y \in Y$
$y_c \in Y$: következtetés

Összevetve a kompozíciós és kompakt fuzzy következtetési módszereket, mind a kettõ a szabálybázis reláció univerzumán értelmezett következtetés relációra épül. A különbség köztük az, hogy a következtetés kompozíciós következtetés alkalmazása esetén a következtetés reláció következtetés-univerzumra vett vetületének súlypontja, míg kompakt következtetés esetén a következtetés reláció térbeli súlypontjának következtetés-univerzumra vett vetülete.

pl. kompozíciós fuzzy következtetés az $X \rightarrow Y$ térben ábrázolva egy antecedens és egy konzekvens esetén (2.2/a ábra):

$$\mu_y(y) = \max_{x \in X} \min[\ \mu_x(x)\ ,\ \cup^{r}_{i=1} \min(\ \mu_{A_i}(x), \mu_{B_i}(y)\ )\ ] \qquad \text{valamennyi } y \in Y$$

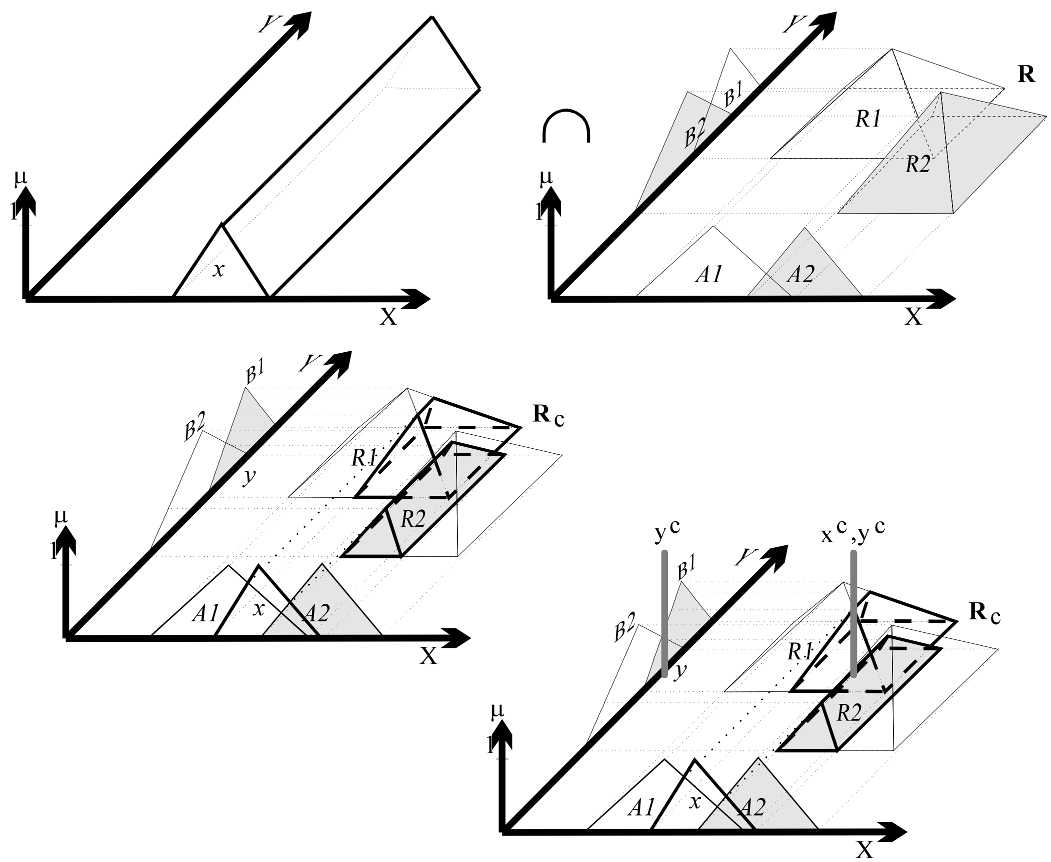
$$y_m = \sum_{y \in Y}(\ y \cdot \mu_y(y)\ )\ /\ \sum_{y \in Y} \mu_y(y)$$



2.2/a ábra

pl. kompakt fuzzy következtetés az $X \rightarrow Y$ térben ábrázolva egy antecedens és egy konzekvens esetén (2.2/b ábra):

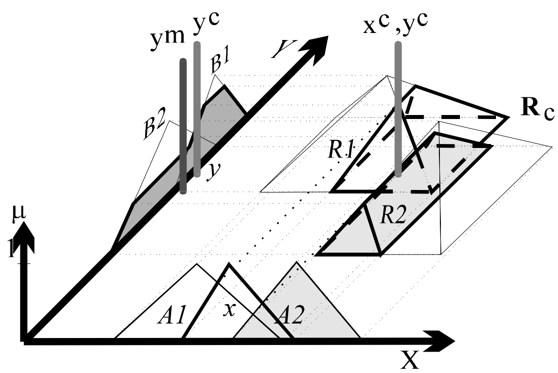
$\mu_{\mathbf{R}c}(x,y) = \min[\ \mu_{x}(x)\ ,\ \cup^{r}_{i=1} \min(\ \mu_{A_i}(x),\mu_{B_i}(y)\ )\ ]$ valamennyi $x \in X,\ y \in Y$
$y_c = \sum_{x \in X}\sum_{y \in Y}(\ y \cdot \mu_{\mathbf{R}c}(x,y)\ )\ /\ \sum_{x \in X}\sum_{y \in Y} \mu_{\mathbf{R}c}(x,y)$



2.2/b ábra

A két következtetési módszer közti különbség az alkalmazás során azok eltérõ **érzékenységé**ben nyilvánul meg. [6],[7]
A fuzzy döntéshozó algoritmusokkal szemben támasztott legfõbb követelmény az, hogy valamely szabály alkalmazása esetén annál inkább "hasonlítson" a hozott következtetés az illetõ szabály konzekvens részére, minél inkább "hasonlít" a megfigyelés annak antecedens részére.
Az antecedens rész hasonlósága kompozíciós döntés esetén a megfigyelés és az antecedens halmazok metszetének maximális tagsági értékét jelenti.
A kompakt módszer ezzel szemben a megfigyelés és az antecedens halmazok metszetével (nem azok vetületével) számol. A kompakt módszer következtetés relációjában nagyobb súllyal szerepel a megfigyelés és az antecedens halmazok hasonlósága, mint a kompozíciós módszer következtetés halmazában (mivel az a

következtetés reláció következtetés-univerzumra vett vetülete), így a kompakt módszer érzékenyebb a kompozíciós módszerhez képest.
A nagyobb érzékenység tehát abban nyilvánul meg, hogy ha ugyanazon szabálybázist és megfigyelést felhasználva kompozíciós és kompakt módon is elvégezzük a döntéshozatalt, úgy a kapott, kompakt módon számított következtetés jobban hasonlít a domináns szabály (melynek antecedense jobban hasonlít a megfigyeléshez) konzekvenséhez, mint a kompozíciós módon számított (pl.2.2/c ábra).



2.2/c ábra

Abban az esetben, ha a megfigyelés egyértékû (egyetlen elemû) fuzzy halmaz, akkor a kompozíciós és kompakt módon számított következtetések megegyeznek egymással (pl.2.2/d ábra).

$\mu_x(x) = 1$, ha $x = x_o$ és
$\mu_x(x) = 0$, ha $x \neq x_o$ valamennyi $x \in X$ esetén

$$\mu_y(y) = \mu_{x \circ \mathbf{R}}(y) =$$
$$= \max_{x \in X} \min[\, \mu_x(x)\, ,\, \cup^r_{i=1} \min(\, \mu_{A_i}(x), \mu_{B_i}(y)\,)\,] =$$
$$= \cup^r_{i=1} \min(\, \mu_{A_i}(x_o), \mu_{B_i}(y)\,)$$
valamennyi $y \in Y$ esetén

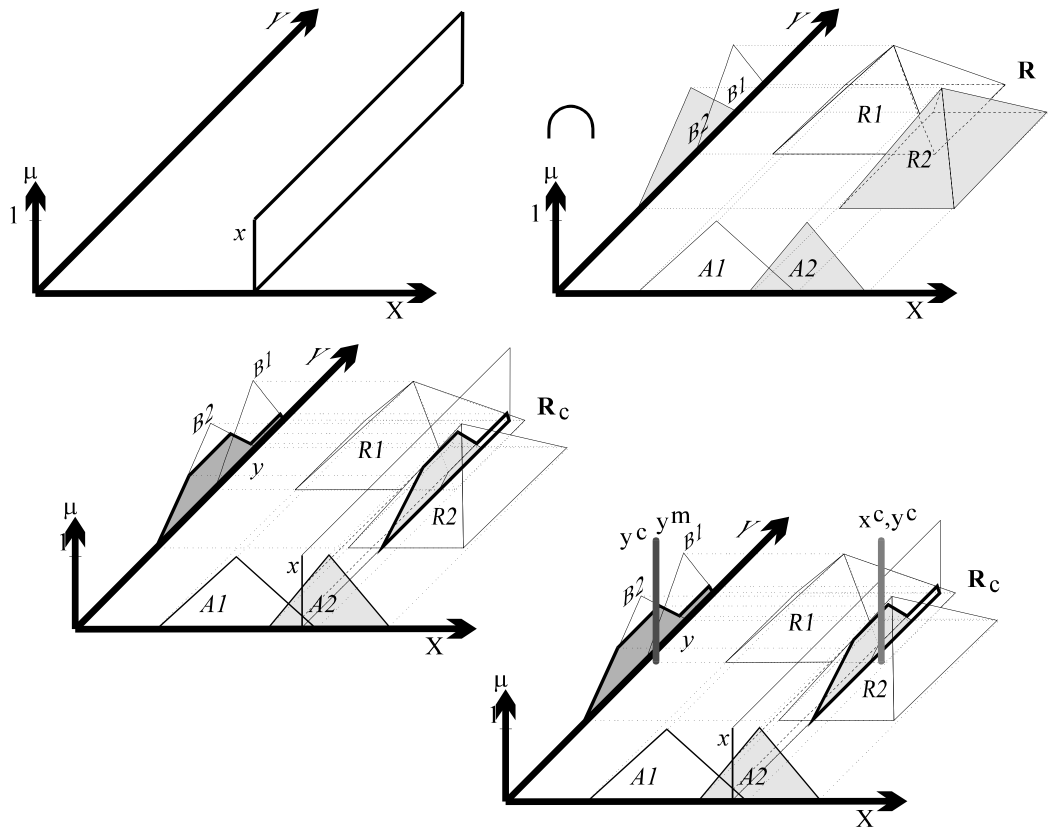
$$y_m = \textstyle\sum_{y \in Y}(\, y \cdot \mu_y(y)\,) \;/\; \sum_{y \in Y} \mu_y(y)$$

$$\mu_{\mathbf{Rc}}(x,y) =$$
$$= \min[\, \mu_x(x)\, ,\, \cup^r_{i=1} \min(\, \mu_{A_i}(x), \mu_{B_i}(y)\,)\,]$$
$$= \cup^r_{i=1} \min(\, \mu_{A_i}(x_o), \mu_{B_i}(y)\,)$$
ha $x = x_o$, valamennyi $y \in Y$ esetén
$\mu_{\mathbf{Rc}}(x,y) = 0$ ha $x \neq x_o$, valamennyi $x \in X$, $y \in Y$ esetén

$$\mu_y(y) = \mu_{\mathbf{Rc}}(x_o, y)$$

$$y_c = \textstyle\sum_{x \in X}\sum_{y \in Y}(\, y \cdot \mu_{\mathbf{Rc}}(x,y)\,) \;/\; \sum_{x \in X}\sum_{y \in Y} \mu_{\mathbf{Rc}}(x,y) =$$
$$= \textstyle\sum_{y \in Y}(\, y \cdot \mu_{\mathbf{Rc}}(x_o,y)\,) \;/\; \sum_{y \in Y} \mu_{\mathbf{Rc}}(x_o,y) =$$
$$= y_m$$

© Kovács, Szilveszter:
Fuzzy logic control, M.Phil. theses, Technical University of Budapest, Faculty of Informatics and Electrical Engineering, Budapest, Branch of Computer Science, p.116, (1993).



2.2/d ábra

2.3 <u>Lefedõ szabálybázisra épülõ fuzzy következtetési algoritmusok</u> [7],[8]

A szabálybázisban tárolt szabályok formátuma

R_i :

Ha $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{A}_i$ **Akkor** $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{B}_i$,

ahol

$\boldsymbol{x} = x_1 \times x_2 \times ... \times x_{k1}$: megfigyelés fuzzy halmazok
$\boldsymbol{y} = y_1 \times y_2 \times ... \times y_{k2}$: következtetés fuzzy halmazok
$i \in [1, r]$: szabály sorszáma
$\boldsymbol{A}_i = A_{1,i} \times A_{2,i} \times ... \times A_{k1,i}$: antecedensek
$\boldsymbol{B}_i = B_{1,i} \times B_{2,i} \times ... \times B_{k2,i}$: konzekvensek

Kompozíciós fuzzy következtetést megvalósító algoritmus [7],[8]

For $i = 1$ **to** r
  let $m_i = \max_{\mathbf{x}}\{ \min\{ A_i(\mathbf{x}) , x(\mathbf{x}) \} \}$
  let $B^x{}_i(\mathbf{y}) = \min_{\mathbf{y}}\{ m_i , B_i(\mathbf{y}) \}$
let $y(\mathbf{y}) = 0$
For $i = 1$ **to** r
  let $y(\mathbf{y}) = \max\{ y(\mathbf{y}) , B^x{}_i(\mathbf{y}) \}$
For $j = 1$ **to** k_2
  let $y^m{}_j = \sum_{yj\in Yj}(y_j \cdot y(y_j)) \ / \ \sum_{yj\in Yj} y(y_j)$

ahol:

r : fuzzy szabályok száma
k_1 : antecedensek száma
k_2 : konzekvensek száma
$\mathbf{X} = X_1 \times X_2 \times ... \times X_{k1}$: megfigyelés-univerzum
$\mathbf{Y} = Y_1 \times Y_2 \times ... \times Y_{k2}$: következtetés-univerzum
$\mathbf{x} \in \mathbf{X}$, $\mathbf{y} \in \mathbf{Y}$
$A_i(\mathbf{x})$: i. fuzzy szabály antecedensei
$B_i(\mathbf{y})$: i. fuzzy szabály konzekvensei
$x(\mathbf{x})$: megfigyelés fuzzy halmazok
$y(\mathbf{y})$: következtetés fuzzy halmazok
$y^m{}_j$: j. következtetés

Kompakt fuzzy következtetést megvalósító algoritmus [7],[8]

For every $(\mathbf{x},\mathbf{y})$
  let $R(\mathbf{x},\mathbf{y}) = 0$
For $i = 1$ **to** r
  let $R_i(\mathbf{x},\mathbf{y}) = \min\{ A_i(\mathbf{x}) , B_i(\mathbf{y}) \}$
  let $R(\mathbf{x},\mathbf{y}) = \max\{ R(\mathbf{x},\mathbf{y}) , R_i(\mathbf{x},\mathbf{y}) \}$
For every $(\mathbf{x},\mathbf{y})$
  let $R_c(\mathbf{x},\mathbf{y}) = \min\{ x(\mathbf{x}) , R(\mathbf{x},\mathbf{y}) \}$
For $j = 1$ **to** k_2
  let $y^c{}_j = \sum_{x\in X}\sum_{yj\in Yj}(y_j \cdot R(x,y_j)) \ / \ \sum_{x\in X}\sum_{yj\in Yj} R(x,y_j)$,

ahol:

r : fuzzy szabályok száma
k_1 : antecedensek száma
k_2 : konzekvensek száma
$\mathbf{X} = X_1 \times X_2 \times ... \times X_{k1}$: megfigyelés-univerzum
$\mathbf{Y} = Y_1 \times Y_2 \times ... \times Y_{k2}$: következtetés-univerzum
$\mathbf{x} \in \mathbf{X}$, $\mathbf{y} \in \mathbf{Y}$
$A_i(\mathbf{x})$: i. fuzzy szabály antecedensei
$B_i(\mathbf{y})$: i. fuzzy szabály konzekvensei
$x(\mathbf{x})$: megfigyelés fuzzy halmazok
$R_c(\mathbf{x},\mathbf{y})$: következtetés fuzzy reláció
$y^c{}_j$: j. következtetés

Bármely fuzzy következtetési algoritmus valósidejû alkalmazása esetén az algoritmus kellõ érzékenysége mellett fontos szerepet kap annak végrehajtási ideje. Ahhoz, hogy a két algoritmust össze lehessen hasonlítani végrehajtási idõ szempontjából, meg kell vizsgálni számítási (algebrai) **komplexitás**ukat [7],[8].
Egyszerûsítsük úgy az algoritmusok komplexitás vizsgálatát, hogy az algoritmusban elõforduló elemi mûveleteket tekintsük azonos, egységnyi bonyolultságúnak - **uniform komplexitás** [18].

Bemenõ komplexitás [7],[8]

A szabálybázis r darab szabályt tartalmaz, melyek alakja:

Ha $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{A}_i$ **Akkor** $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{B}_i$,

ahol:

$i \in [\,1\,,\,r\,]$: szabály sorszáma
$\boldsymbol{x} = x_1 \times x_2 \times \ldots \times x_{k1}$: megfigyelés fuzzy halmazok
$\boldsymbol{y} = y_1 \times y_2 \times \ldots \times y_{k2}$: következtetés fuzzy halmazok

Tegyük föl, hogy a megfigyelés és következtetés fuzzy halmazok számossága véges (ez a feltétel gyakorlati fuzzy logikai irányítás esetén automatikusan teljesül) [7],[8]:

$\#x_i = m_i \le m$, $i \in [1,k_1]$
$\#y_j = n_j \le n$, $j \in [1,k_2]$

Így

$\#x = \Pi m_i \le m^{k1}$
$\#y = \Pi n_j \le n^{k2}$

A megfigyelés fuzzy halmazok dimenziónként m_i darab (összesen maximum: k_1m) tagsági értékkel, a következtetés fuzzy halmazok dimenziónként m_j darab (összesen maximum: k_2n) tagsági értékkel jellemezhetõek.

A teljes szabályrendszer komplexitása így [7],[8]:

$$I = r\cdot(\, k_1\cdot m + k_2\cdot n\,)$$

A megfigyelés komplexitása pedig [7],[8]:

$$O = k_1\cdot m$$

A kompozíciós következtetési algoritmus számítási komplexitása [7],[8]:

A kompozíciós következtetés elsõ lépése a megfigyelés és a szabály antecedensek minimumának, majd dimenziónként ezen értékek maximumának megkeresése. Ez szabályonként $2\cdot k_1\cdot m$ lépést jelent. Az így kapott értékek és a szabály konzekvensek

metszetének keresése, valamint uniójuk számítása szabályonként $2 \cdot k_2 \cdot m$ lépést igényel. Az unióként kapott fuzzy következtetés súlypontkeresés módszerével történõ defuzzifikálásához dimenziónként $3 \cdot n + 1$ lépés szükséges (súlyozott összeg és összegszámítás, osztás).
Az algoritmus számítási komplexitása:

$$C^m = r \cdot (2 \cdot k_1 \cdot m + 2 \cdot k_2 \cdot n) + k_2 \cdot 3 \cdot n + k_2$$

A kompakt következtetési algoritmus számítási komplexitása [7],[8]:

A következtetés reláció számítása $(r + 1) \cdot m^{k1} \cdot n^{k2}$ lépést igényel. A térbeli súlypont vetületének meghatározásához dimenziónként $2 \cdot m^{k1} \cdot n^{k2-1} + n + k_2$ lépés szükséges.
A következtetési algoritmus számítási komplexitása:

$$C^c = (r + 1) \cdot m^{k1} \cdot n^{k2} + k_2 \cdot (2 \cdot m^{k1} \cdot n^{k2-1} + n + k_2)$$

A kapott komplexitások összehasonlításának megkönnyítése érdekében vezessük be a következõ változókat [7],[8]:

$$k = \max(k_1,k_2)$$
$$N = \max(m,n)$$

Így

$$I^m = I^c = r \cdot (k_1 \cdot m + k_2 \cdot n) = 2 \cdot r \cdot k \cdot N = \boldsymbol{O}(rkN)$$

$$C^m = r \cdot (2 \cdot k_1 \cdot m + 2 \cdot k_2 \cdot n) + k_2 \cdot 3 \cdot n + k_2 = 2 \cdot r \cdot k \cdot N + 3 \cdot k \cdot N + k = \boldsymbol{O}(rkN)$$

$$C^c = (r + 1) \cdot m^{k1} \cdot n^{k2} + k_2 \cdot (2 \cdot m^{k1} \cdot n^{k2-1} + n + k_2) = = (r + 1) \cdot N^{2 \cdot k} + k \cdot (2 \cdot N^{2 \cdot k-1} + N + k) = \boldsymbol{O}(rN^{2 \cdot k})$$

A kompakt döntéshozó algoritmus számítási komplexitása (C^c) az antecedensek, illetve a konzekvensek számára nézve **exponenciális**, végrehajtása így jóval több idõt igényel a kompozíciós döntéshozó algoritmusnál.

2.3.1 A számítási komplexitás csökkentésének lehetõségei [3],[4],[7],[8]

Korlátos hordozójú tagsági függvények alkalmazása [7],[8]

Csökkenthetõ a döntéshozó algoritmusok komplexitása, ha korlátos, az univerzum méretéhez képest "keskeny" hordozójú fuzzy nyelvi értékeket alkalmazunk és az antecedensek, illetve a konzekvensek számát korlátozzuk (k_1 , k_2 konstans) [7],[8]:
(a korábbi jelölések felhasználásával)

$$\# \operatorname{supp}(A_i(\mathbf{x})) \leq L \ll N$$
$$\# \operatorname{supp}(B_i(\mathbf{y})) \leq L \ll N$$
$$\# \operatorname{supp}(x(\mathbf{x})) \leq L \ll N$$

valamennyi fuzzy nyelvi értékre (antecedens, konzekvens) és megfigyelés fuzzy halmazra.

A gyakorlatban a megfigyelés- és következtetés-univerzumok fuzzy nyelvi értékekre bontása során a hordozók maximális mérete korlátos és általában lényegesen kisebb az illetõ univerzum számosságánál. Az antecedensek és konzekvensek száma (nyelvi változók) pedig minden gyakorlati alkalmazás esetében automatikusan konstans.

Amennyiben ezen feltételek teljesülnek, úgy a szabályokat jellemzõ tagsági függvények (antecedens, konzekvens) hordozói nem nagyobbak az L konstansnál. Tehát valamely szabály ábrázolásához elégséges L^{k1+k2} tagsági érték (ahol L << N).
Így r darab szabály $r \cdot L^{k1+k2}$ darab tagsági értékkel írható le.

Kompakt döntéshozás esetén a fuzzy következtetés reláció maximális mérete a **megfigyelés oldalon** a megfigyelés halmazra szabott korlát miatt dimenziónként maximálisan L (az összes dimenzióra: L^{k1}), míg a **következtetés oldalon** dimenziónként és szabályonként L (a konzekvens hordozó maximális mérete miatt), az összes szabályra pedig dimenziónként maximálisan $r \cdot L$ (unió).
Az elõbbiek alapján a következtetés reláció maximális mérete valamennyi szabályra és dimenzióra $L^{k1} \cdot (r \cdot L)^{k2}$.
A következtetés reláció elkészítéséhez így $L^{k1+k2} + L^{k1} \cdot (r \cdot L)^{k2}$ lépés szükséges.
A térbeli súlypont vetületének meghatározása pedig dimenziónként
$L^{k1} \cdot (r \cdot L)^{k2-1} + 2 \cdot n + 1$ lépést igényel [7],[8].

Ebben az esetben a kompakt döntéshozó algoritmus számítási komplexitása:
(pl. a [7],[8]-ban leírt algoritmus esetében, a korábbi példa bemenõ komplexitása mellett)

$$C^c_L = L^{k1+k2} + L^{k1} \cdot (r \cdot L)^{k2} + k_2 \cdot (L^{k1} \cdot (r \cdot L)^{k2-1} + 2 \cdot n + 1) \quad ,$$

ahol L , k_1 , k_2 konstansok, tehát

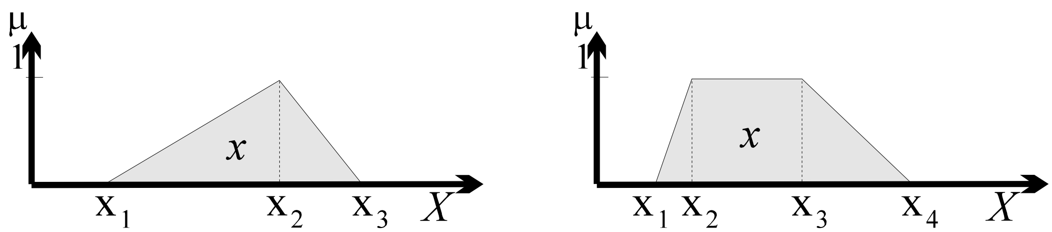
$$C^c_L = \boldsymbol{O}(r^{k2})$$

A kompakt döntéshozó algoritmus számítási komplexitása korlátos hordozójú antecedens, konzekvens és megfigyelés fuzzy halmazok, valamint konstans megfigyelés és következtetés dimenziószám esetén **polinomiálisan** függ a szabályok számától [7],[8].

A fenti módszer alkalmazása esetén problémát jelenthet a nyelvi értékek hordozó méretére szabott korlát (nem lehetnek tetszõleges szélességûek), illetve az, hogy az egyes unierzumok számosságához képest keskeny hordozó méretû nyelvi értékekkel nehézkes a lefedõ szabályrendszer kialakítása[7],[8]. (Nem lefedõ szabályrendszer esetén közelítõ becslés segítségével hozható döntés.)

Speciális formájú tagsági függvények alkalmazása [4],[7],[8] Tovább csökkenthetõ a döntéshozó algoritmusok komplexitása, ha feltételt szabunk a nyelvi értékeket és megfigyeléseket leíró fuzzy halmazok formájára.

Ilyen esetben a halmazokat leíró függvények segítségével számíthatók a döntéshozáshoz szükséges mûveletek, nincs szükség a hordozók minden elemének vizsgálatára.
A gyakorlati alkalmazások során a leggyakoribbak a háromszög és trapéz formájú tagsági függvények. Használatuk mellett szól tömör leírásmódjuk és egyszerû kezelhetõségük. Segítségükkel egy nyelvi érték (fuzzy halmaz) leírható hordozójának és magjának végpontjaival (trapéz alakú tagsági függvény esetén négy, háromszög alakúnál három pont) (pl. 2.3.1/a ábra).



2.3.1/a ábra

A fuzzy logikai mûveletek ilyen esetben adatbázisban való keresésre (halmazokat leíró pontok adatbázisa) és egyszerû mûveletekre (halmazokat határoló egyenesek metszéspontjainak számítása) redukálhatók.

A módszer alkalmazása esetén jelentkezõ problémák megegyeznek a korábban említettekkel, azonban a kötött tagsági érték függvény formák még tovább szûkítik az ilyen módon leírható (közelíthetõ) tagsági függvények körét.

Elõre kiszámított szabálybázis reláció (döntési mátrix) alkalmazása [3]

Diszkrét univerzumok esetén (véges számosságok) megvan a lehetõsége a szabálybázis reláció off-line módon történõ, a valósidejû vezérlést megelõzõ kiszámítására.
Ilyen esetben futásidõben csak a szabálybázis reláció megfigyeléssel való metszetképzését és a vetületek defuzzifikálását (kompozíciós módszer), illetve a térbeli súlypont számítását és annak vetítését (kompakt módszer) kell elvégezni.

Amennyiben a megfigyelések egyértékûek, úgy a metszet vetülete minden további számítás nélkül egyszerûen kiolvasható a szabálybázis relációból. Így a döntéshozás leegyszerûsödik, táblázatban való keresésre és a kapott halmazok defuzzifikálására redukálódik.
pl.

$$y = x \circ \mathbf{R}$$

$$y = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \end{vmatrix} \circ \begin{vmatrix} .5 & 1 & .8 \\ .3 & .4 & .2 \\ .2 & .1 & 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} .5 & 1 & .8 \end{vmatrix}$$

A módszer futásidõbeli komplexitásának további csökkentése érdekében az összes lehetséges megfigyelés kombinációhoz tartozó defuzzifikált következtetéseket ki lehet elõre számítani (és tárolni). Így a valamely megfigyelés kombinációhoz tartozó következtetések egyetlen lépésben megkaphatók.

A módszer hibája az irányítóberendezéssel szemben támasztott magas tárolókapacitás igény:
A szabálybázis reláció elõre történõ kiszámítása esetén ez (a korábbi jelöléseket alkalmazva) $\#(\mathbf{X}\times\mathbf{Y})$ darab tárolóhelyet jelent.
Amennyiben egyértékû fuzzy megfigyelések esetén az összes lehetséges következményt kívánjuk tárolni, úgy az $k_2 \cdot \#\mathbf{X}$ darab következtetés szószélességû tárolóhelyen lehetséges.

2.4 <u>Az X→Y fuzzy leképezés közelítõ becslése</u>

[9],[10],[11],[12],[13],[14],[15],[16],[17]

A fuzzy következtetés logikai irányításra való alkalmazása esetén lényeges szempont, hogy a fuzzy döntéshozó logika minden lehetséges megfigyelés kombinációhoz rendeljen következtetést.
Amennyiben akár kompozíciós, akár kompakt fuzzy következtetés esetén a megfigyelés nem illeszkedik egyetlen szabály antecedens részére sem (metszetük üres halmaz), úgy a döntéshozó logika következtetése üres fuzzy halmaz lesz (a halmaz valamennyi tagsági értéke zérus), így az irányítás számára nem születik kiértékelhetõ eredmény. Más szóval az illetõ szabálybázis alkalmazása esetén a megfigyelésbõl nem vonható le következtetés.

Bármely megfigyeléshez tartozik kompozíciós vagy kompakt fuzzy következtetés, ha az alkalmazott **szabálybázis lefedõ** ("**sûrû**").
Gyakran elõfordul azonban, hogy a - például szakértõi tapasztalatokból nyert - **szabálybázis nem lefedõ** ("**ritka**"). Ilyenkor a szabálybázis minden - a szakértõ által lényegesnek ítélt - szabályt tartalmaz ugyan, de az elsõdleges fuzzy halmazok (nyelvi értékek) nem lefedõek, vagy nincs az összes megfigyelés-univerzum valamennyi nyelvi érték kombinációjához fuzzy szabály rendelve.
Nem lefedõ (ritka) szabálybázis esetén nyújtanak megoldást a szabálybázis közelítésére épülõ fuzzy döntéshozó algoritmusok.

Amennyiben közelítõ megoldásokat keresünk, úgy újra meg kell vizsgálnunk a fuzzy szabályok jelentését [Dubois, Prade; Türkºen]:
Az R_i szabály:

Ha $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{A}_\mathrm{i}$ **Akkor** $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{B}_\mathrm{i}$

értelmezhetõ a

Minél inkább hasonlít az $\boldsymbol{x}$ megfigyelés az $\boldsymbol{A}_\mathrm{i}$ antecedenshez,
annál inkább hasonlítson az $\boldsymbol{y}$ következtetés a $\boldsymbol{B}_\mathrm{i}$ konzekvenshez

formában.

Tehát amennyiben értelmezni tudjuk a fuzzy halmazok közötti hasonlóságot (**hasonlósági mérték**), úgy nincs akadálya a szabálybázis közelítésére épülõ fuzzy döntéshozó algoritmusok keresésének.

A fuzzy halmazok közötti hasonlósági mérték értelmezhetõ például az illetõ fuzzy halmazok metszetének maximális tagsági értékeként (a kompozíciós döntéshozáshoz hasonlóan). Ebben az esetben, ha a halmazok metszete üres, úgy a hasonlósági mérték zérus.

Egymást nem metszõ fuzzy halmazok hasonlóságának vizsgálata esetén nyújt megoldást a távolságmérték alapján definiált hasonlósági mérték [Türkºen]:

hasonlósági mérték = (1+ **távolságmérték**)$^{-1}$

Távolságmérték akkor értelmezhetõ egy univerzumon, ha az univerzum **struktúrált** és **metrikus**.

Ha valamely változó értelmezési tartományán nem értelmezhetõ rendezés (nem struktúrált), úgy nincs értelme beszélni a változó különbözõ értékeinek sorrendjérõl sem. Így nem lehet rajta távolságot sem definiálni. (pl. ciklikus változó esetén, vagy ha a változó értelmezési tartománya egymástól független értékek halmaza).

Abban az esetben, ha a megfigyelés halmazok értelmezési tartományain nincs lehetõség távolság-, illetve hasonlóságmérték definiálására, úgy nem alkalmazhatóak a szabálybázis közelítésére épülõ fuzzy döntéshozó algoritmusok. Ilyen esetben csak a **lefedõ** ("**sûrû**") **szabálybázis** és az erre épülõ döntéshozó algoritmus alkalmazása biztosít következtetést valamennyi lehetséges megfigyelés kombinációhoz.

A gyakorlati alkalmazások többségében azonban az egyes változók értelmezési tartománya teljesen rendezett. (pl. a számértékkel jellemezhetõ mennyiségek (pl. sebesség, elmozdulás).) Ilyen esetben már vizsgálható a távolságmérték definiálásához szükséges metrikusság.

Akkor nevezünk **metrikus**nak egy változót, ha létezik olyan egyrõl-egyre leképezés, amely a teljes értelmezési tartományát a [0,1] zárt intervallumra képezi le.
pl.

$t \in [0\ °C, 100\ °C]$
$m(t) \to [0,1]$

$$m = t / (100°C)$$

Ha egy összetett változó valamennyi összetevõjének értelmezési tartománya korlátos és teljes rendezés definiálható rajtuk, akkor az összetett változó értelmezési tartományán legalább **részleges rendezés** létezik, valamint van **minimális** és **maximális eleme** is [16].
Részleges rendezés:

$$\mathbf{x}_1 < \mathbf{x}_2 \quad \text{, ha valamennyi } i \text{ -re } i \in [1,n] \;\; \mathbf{x}_{1,i} < \mathbf{x}_{2,i}$$

Minimális és maximális elem:

$$\min\{\mathbf{X}\} = (\min\{X_1\},\min\{X_2\},...,\min\{X_n\})$$
$$\max\{\mathbf{X}\} = (\max\{X_1\},\max\{X_2\},...,\max\{X_n\})$$

(a teljes rendezettség miatt valamennyi összetevõn létezik minimális és maximális elem)

Egy halmaz elemeinek távolsága definiálható olyan d függvény (**távolságfüggvény**) segítségével, amely megfelel a következõ tulajdonságoknak:

$$d : X \times X \rightarrow \mathbf{R}^+$$
$$d(x,x) = 0$$
$$d(x_1,x_2) < d(x_3,x_4) \quad \text{,ha} \quad x_3 < x_1 < x_2 < x_4$$

Ha a távolságfüggvény értékkészlete normalizált ($\in[0,1]$), akkor a **távolság normalizált**.

Ha az X halmaz metrikus és korlátos, akkor létezik m , hogy

$$m : [\min\{X\},\max\{X\}] \rightarrow [0,1] \quad ,$$

akkor az x_1 , x_2 elemek normalizált távolsága:

$$d(x_1,x_2) = \left| m(x_1) - m(x_2) \right|$$

Korlátos számosságú, diszkrét elemû halmazok esetén a halmazelemek közötti normalizált távolság legegyszerûbben az elemindexek segítségével számítható:

$$X = \{x_1,x_2,..,x_n\}$$
$$d(x_i,x_j) = \left| i-j \right| / (n-1)$$

Amennyiben egy változó összetett, úgy elemeinek távolsága a **Minkowski-távolság** segítségével definiálható [14],[15],[16]:

$$D : [0,1]^k \rightarrow [0,\max\{D\}]$$
$$D(\mathbf{x}_1,\mathbf{x}_2) = (\textstyle\sum^k_{i=1} d(x_{1,i} , x_{2,i})^w)^{1/w}$$
$$\max\{D\} = k^{1/w} \quad ,$$

ahol

$d(x_{1,i} , x_{2,i})$ normalizált távolságok

A Minkowski-távolság megegyezik az euklidészi távolsággal, ha $w=2$.

2.4.1 <u>**Fuzzy halmazok távolsága**</u>

[9],[10],[11],[12],[13],[14],[15],[16],[17]

A fuzzy halmazokra az α-vágatok segítségével a halmazokhoz hasonló módon értelmezhetõ részleges rendezés.
Az A fuzzy halmaz **megelõzi** a B fuzzy halmazt ($A \langle B$),
ha valamennyi $\alpha \in (0,1]$ -re:

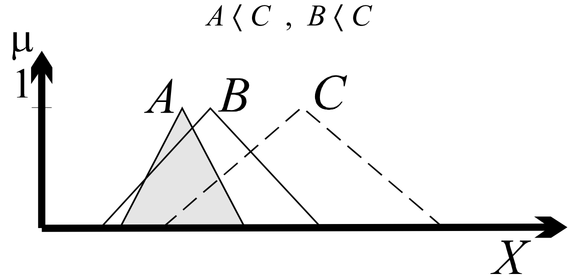
$$\inf\{A_\alpha\} < \inf\{B_\alpha\}$$
$$\sup\{A_\alpha\} < \sup\{B_\alpha\} \quad ,$$

ahol

A_α , B_α konvex és normális fuzzy halmazok.

A megelõzi reláció részleges rendezést jelent a konvex és normális fuzzy halmazok között, mert általában sem az $A \langle B$, sem a $B \langle A$ nem teljesül (pl. 2.4.1/a ábra) [16]:

$A \langle C$, $B \langle C$



2.4.1/a ábra

Jelölje $\boldsymbol{P}(X)$ az összes X -en értelmezett **konvex** és **normális** fuzzy halmazok halmazát (fuzzy hatványhalmaz).

A megelõzi ($\langle$) részleges rendezés reláció segítségével **elsõ** és **utolsó** elem definiálható a $\boldsymbol{P}(X)$ fuzzy hatványhalmazon [16]:

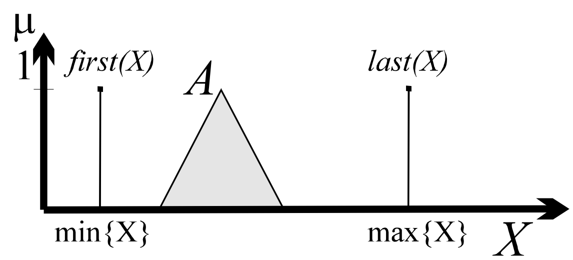
$\forall\ A \in \boldsymbol{P}(X)$ -re : $first\{X\} \langle A$
$\forall\ A \in \boldsymbol{P}(X)$ -re : $A \langle last\{X\}$

© **Kovács, Szilveszter:**
Fuzzy logic control, M.Phil. theses, Technical University of Budapest, Faculty of Informatics and Electrical Engineering, Budapest, Branch of Computer Science, p.116, (1993).

Ha az X univerzum struktúrált, akkor a $\boldsymbol{P}(X)$ halmazon értelmezett elsõ és utolsó elem egyértelmû [16] (pl. 2.4.1/b ábra):

$$\mu_{first\{X\}} = 1 \ , \ \text{ha} \ \ x = \min\{X\}$$
$$\mu_{first\{X\}} = 0 \ , \ \text{ha} \ \ x \neq \min\{X\} \ , \ \forall \ \ x \in X \ \text{esetén}$$

$$\mu_{last\{X\}} = 1 \ , \ \text{ha} \ \ x = \max\{X\}$$
$$\mu_{last\{X\}} = 0 \ , \ \text{ha} \ \ x \neq \max\{X\} \ , \ \forall \ \ x \in X \ \text{esetén}$$



2.4.1/b ábra

A **fuzzy távolságot** olyan fuzzy halmaz párok között értelmezzük, melyek sorrendje a megelõzi ($\langle$) részleges rendezés relációval meghatározható.
Jelölje $\boldsymbol{R}_{\langle}$ azon fuzzy halmazpárokat, melyek sorrendje a megelõzi relációval eldönthetõ:

$$\boldsymbol{R}_{\langle} \in \boldsymbol{P}(X) \times \boldsymbol{P}(X)$$
$$\boldsymbol{R}_{\langle} = \{ \ (A,B) \ \big| \ A,B \in \boldsymbol{P}(X) \ , \ A \langle B \ \}$$

Egy konvex és normális fuzzy halmaz bármely α-vágata intervallum, illetve hiperintervallum, attól függõen, hogy az univerzum, amelyen a fuzzy halmazt értelmezzük, egy- vagy többdimenziós. Ezen intervallum (hiperintervallum) egyértelmûen jellemezhetõ alsó és felsõ végpontjával - infinumával és szuprémumával. Két konvex és normális fuzzy halmaz távolsága így minden esetben visszavezethetõ intervallumok alsó és felsõ végpontjainak távolságára. A pontok távolságát pedig a halmazoknál már megvizsgált módon definiálhatjuk.
Két konvex és normális fuzzy halmaz távolsága leírható így α-vágataik végpontjainak távolságaként. Ezt a távolságot kell vizsgálni valamennyi α-vágatra, az alsó és felsõ végpontokra külön-külön.
Abban az esetben, ha az univerzum összetevõin definiált távolságok normalizáltak, úgy bármely két univerzumbeli pont távolsága (így a vizsgált intervallumok végpontjainak távolsága is) a Minkowski-távolság alkalmazásával a $[0,k^{1/w}]$ intervallumba esik. (nem összetett - egy dimenziós univerzum esetén a [0,1] intervallumba (k=1 , w=1))

© Kovács, Szilveszter:
Fuzzy logic control, M.Phil. theses, Technical University of Budapest, Faculty of Informatics and Electrical Engineering, Budapest, Branch of Computer Science, p.116, (1993).

Két, azonos univerzumon értelmezett konvex és normális fuzzy halmaz **fuzzy távolság**át tehát két, a $[0,k^{1/w}]$ intervallumon (illetve a [0,1] intervallumon) értelmezett fuzzy halmazzal írhatjuk le:

[9],[10],[11],[12],[13],[14],[15],[16],[17]

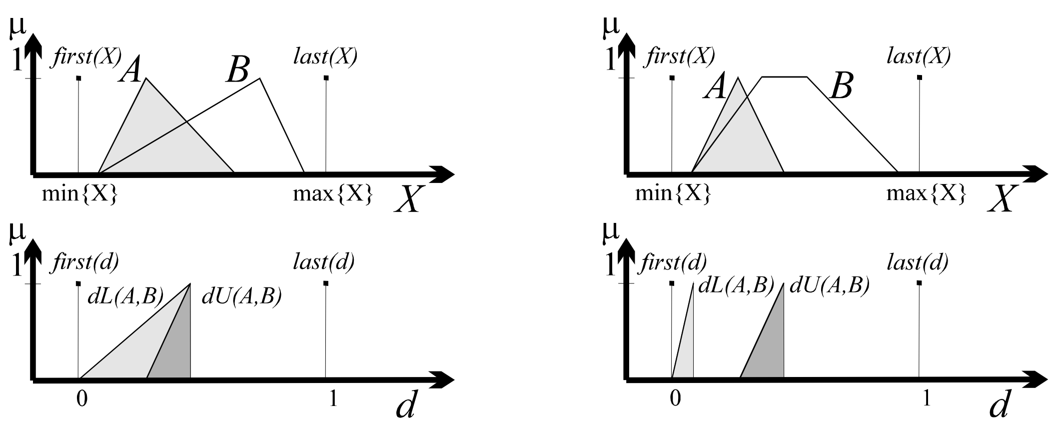
$d_L(A,B): \boldsymbol{R}_{\langle} \rightarrow \boldsymbol{P}([0,1])$
$\mu_{d_L(A,B)}(\delta) = \Sigma_{\alpha\in(0,1]}\ \alpha \,/\, D(\inf\{A_\alpha\},\inf\{B_\alpha\})$,
$\delta \in [0,1]$, ha X egy dimenziós ($A\in X$, $B\in X$) , illetve
$d_L(\boldsymbol{A},\boldsymbol{B}): \boldsymbol{R}_{\langle} \rightarrow \boldsymbol{P}([0,k^{1/w}])$
$\mu_{d_L(\boldsymbol{A},\boldsymbol{B})}(\delta) = \Sigma_{\alpha\in(0,1]}\ \alpha \,/\, D(\inf\{\boldsymbol{A}_\alpha\},\inf\{\boldsymbol{B}_\alpha\})$,
$\delta \in [0,k^{1/w}]$, ha $\boldsymbol{X}$ k dimenziós ($\boldsymbol{A}\in\boldsymbol{X}$, $\boldsymbol{B}\in\boldsymbol{X}$)

$d_U(A,B): \boldsymbol{R}_{\langle} \rightarrow \boldsymbol{P}([0,1])$
$\mu_{d_U(A,B)}(\delta) = \Sigma_{\alpha\in(0,1]}\ \alpha \,/\, D(\sup\{A_\alpha\},\sup\{B_\alpha\})$,
$\delta \in [0,1]$, ha X egy dimenziós ($A\in X$, $B\in X$) , illetve
$d_U(\boldsymbol{A},\boldsymbol{B}): \boldsymbol{R}_{\langle} \rightarrow \boldsymbol{P}([0,k^{1/w}])$
$\mu_{d_U(\boldsymbol{A},\boldsymbol{B})}(\delta) = \Sigma_{\alpha\in(0,1]}\ \alpha \,/\, D(\sup\{\boldsymbol{A}_\alpha\},\sup\{\boldsymbol{B}_\alpha\})$,
$\delta \in [0,k^{1/w}]$, ha $\boldsymbol{X}$ k dimenziós ($\boldsymbol{A}\in\boldsymbol{X}$, $\boldsymbol{B}\in\boldsymbol{X}$) ,

ahol

d_L : az α-vágatok alsó végpontjainak távolságát leíró fuzzy halmaz
d_U : az α-vágatok felsõ végpontjainak távolságát leíró fuzzy halmaz

pl. 2.4.1/c ábra:



2.4.1/c ábra

A fuzzy távolság-fogalom néhány - a korábbi definíciókból adódó - tulajdonsága:

$d_L(\boldsymbol{A},\boldsymbol{A}) = d_U(\boldsymbol{A},\boldsymbol{A}) = \mathit{first}([0,k^{1/w}])$, $\forall\ \boldsymbol{A}\in\boldsymbol{X}$ esetén

$d_L(\boldsymbol{A},\boldsymbol{B}) \le d_L(\mathit{first}\{\boldsymbol{X}\},\mathit{last}\{\boldsymbol{X}\}) = \mathit{last}([0,k^{1/w}])$, $\forall\ \boldsymbol{A}\in\boldsymbol{X}$, $\boldsymbol{B}\in\boldsymbol{X}$ esetén
$d_U(\boldsymbol{A},\boldsymbol{B}) \le d_U(\mathit{first}\{\boldsymbol{X}\},\mathit{last}\{\boldsymbol{X}\}) = \mathit{last}([0,k^{1/w}])$, $\forall\ \boldsymbol{A}\in\boldsymbol{X}$, $\boldsymbol{B}\in\boldsymbol{X}$ esetén

2.4.2 **Szabályok lineáris interpolációjára épülõ fuzzy következtetés**

[9],[10],[11],[12],[13],[14],[15],[16],[17]

Hasonlóságmértékre épülõ fuzzy következtetés esetén a fuzzy szabályok értelmezése az alábbi:

> **Minél inkább hasonlít** az $\boldsymbol{x}$ megfigyelés az $\boldsymbol{A}_{\mathrm{i}}$ antecedenshez,
> **annál inkább hasonlítson** az $\boldsymbol{y}$ következtetés a $\boldsymbol{B}_{\mathrm{i}}$ konzekenshez

Amennyiben a fuzzy halmazok hasonlóságát **távolságmérték** segítségével fejezzük ki, úgy a fuzzy szabályok a következõ formában értelmezhetõk:

> **Minél közelebb van** az $\boldsymbol{x}$ megfigyelés az $\boldsymbol{A}_{\mathrm{i}}$ antecedenshez,
> **annál inkább legyen közel** az $\boldsymbol{y}$ következtetés a $\boldsymbol{B}_{\mathrm{i}}$ konzekvenshez

[Dubois, Prade; Türkºen]

2.4.2.1 **Két szabály lineáris interpolációjára épülõ fuzzy következtetés**

[9],[10],[11],[12],[13],[14],[15],[16],[17]

Szûkítsük le a szabályhalmazt két, a megfigyelést közrefogó és ahhoz legközelebb esõ antecedensû szabályra, ahol:

$$\boldsymbol{A}_1 \langle \boldsymbol{x} \langle \boldsymbol{A}_2$$
$$\mathrm{dist}(\boldsymbol{A}_1,\boldsymbol{x}) = \min_{\mathrm{i}\in\{1,\mathrm{r}\}} \mathrm{dist}(\boldsymbol{A}_{\mathrm{i}},\boldsymbol{x})$$
$$\mathrm{dist}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{A}_2) = \min_{\mathrm{i}\in\{1,\mathrm{r}\}} \mathrm{dist}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{A}_{\mathrm{i}})$$

Ebben az esetben a "**minél közelebb van** az $\boldsymbol{x}$ megfigyelés az $\boldsymbol{A}_{\mathrm{i}}$ antecedenshez, **annál inkább legyen közel** az $\boldsymbol{y}$ következtetés a $\boldsymbol{B}_{\mathrm{i}}$ konzekvenshez" feltételt úgy teljesíthetjük a legegyszerûbben, ha a **következtetés-konzekvensek** távolságarányának a **megfigyelés-antecedensek** távolságarányát választjuk (**lineáris interpoláció**):

$$\mathrm{dist}(\boldsymbol{A}_1,\boldsymbol{x}) : \mathrm{dist}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{A}_2) = \mathrm{dist}(\boldsymbol{B}_1,\boldsymbol{y}) : \mathrm{dist}(\boldsymbol{y},\boldsymbol{B}_2) \quad ,$$

ahol

$$\boldsymbol{A}_1 \langle \boldsymbol{x} \langle \boldsymbol{A}_2 \quad \text{és} \quad \boldsymbol{B}_1 \langle \boldsymbol{B}_2$$

A $\langle$ megelõzi reláció jelentése eltérõ lehet az antecedens ($\boldsymbol{X}$) és a konzekvens ($\boldsymbol{Y}$) oldalon. (pl. valós számokon értelmezett egy dimenziós univerzumok esetén a $\langle$ jelentése kisebb (<) az antecedens és nagyobb (>) a konzekvens oldalon.) Hiszen ebben az esetben csak a távolságok aránya a lényeges.

A távolságarány itt fuzzy halmazok távolságának arányát jelenti. A fuzzy halmazok távolságát pedig a korábban definiált módon konvex és normális fuzzy halmazok között fuzzy távolságként értelmezhetjük.
A fuzzy távolság azonban két fuzzy halmaz, ezért a fuzzy távolságok arányát csak - a felbontási elv alkalmazásával - α-vágatonként, alsó és felsõ távolságonként külön-külön lehet vizsgálnunk.

Az a feltétel, hogy a

$$d_L^{\alpha}(\boldsymbol{A}_1,\boldsymbol{x}):d_L^{\alpha}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{A}_2) = d_L^{\alpha}(\boldsymbol{B}_1,\boldsymbol{y}):d_L^{\alpha}(\boldsymbol{y},\boldsymbol{B}_2)$$
$$d_U^{\alpha}(\boldsymbol{A}_1,\boldsymbol{x}):d_U^{\alpha}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{A}_2) = d_U^{\alpha}(\boldsymbol{B}_1,\boldsymbol{y}):d_U^{\alpha}(\boldsymbol{y},\boldsymbol{B}_2)$$

$$\forall\ \alpha \in (\ \Lambda_{A1} \cup \Lambda_{A2} \cup \Lambda_{B1} \cup \Lambda_{B2}\ ) \quad ,$$

ahol

$\boldsymbol{A}_1,\boldsymbol{A}_2,\boldsymbol{B}_1,\boldsymbol{B}_2,\boldsymbol{x}$: konvex és normális fuzzy halmazok
d_L : az α-vágatok alsó végpontjainak távolságát leíró fuzzy halmaz
d_U : az α-vágatok felsõ végpontjainak távolságát leíró fuzzy halmaz

Döntéshozatalkor az alsó és felsõ távolságokra megoldandó egyenletek száma megegyezik az antecedens és konzekvens szinthalmazok uniójának számosságával (az összes lehetséges egymástól különbözõ α-vágatok száma).
Két szabály lineáris interpolációjára épülõ fuzzy következtetés esetén a következtetés során megoldandó egyenletek száma [16]:

$$2\cdot|\ \Lambda_{A1} \cup \Lambda_{A2} \cup \Lambda_{B1} \cup \Lambda_{B2}\ |$$

Általános esetben a kapott egyenleteknek végtelen sok megoldása van (végtelen sok olyan következtetés fuzzy halmaz létezik, amelyeknek konzekvensekhez való távolságaránya megegyezik a megfigyelés-antecedensek távolságarányával).

További, a következtetést egyértelmûvé tévõ feltételként szabjuk azt, hogy a keresett következtetés illeszkedjék a két konzekvenst összekötõ következtetés-univerzumbeli hiperintervallumra.
Ez a feltétel akkor teljesíthetõ, ha a következtetés a következtetés-univerzum egyes összetevõire vett vetületén a két konzekvens vetületének megfelelõ pontok közé esik és távolságaik aránya (vetületen vett távolság) megegyezik a megfigyelés-antecedensek távolságarányával.

Ha feltesszük, hogy a következtetés-univerzum összetevõin az egyes α-vágatok alsó és felsõ távolságai értelmezhetõk a végpontok koordináta értékeinek különbségeként (struktúrált és metrikus univerzum), akkor a következtetés fuzzy halmaz a következõképpen számítható:

$\forall$ i $\in$ {1,...,m} (a következtetés-univerzum valamennyi összetevõjére)

$$d_L^{\alpha}(B_{i,1},y_i) = D(\inf\{y_i^{\alpha}\}, \inf\{B_{i,1}^{\alpha}\}) = \inf\{y_i^{\alpha}\} - \inf\{B_{i,1}^{\alpha}\}$$
$$d_L^{\alpha}(y_i,B_{i,2}) = D(\inf\{B_{i,2}^{\alpha}\}, \inf\{y_i^{\alpha}\}) = \inf\{B_{i,2}^{\alpha}\} - \inf\{y_i^{\alpha}\}$$

$$d_L^{\alpha}(\boldsymbol{A}_1,\boldsymbol{x})\cdot d_L^{\alpha}(y_i,B_{i,2}) = d_L^{\alpha}(B_{i,1},y_i)\cdot d_L^{\alpha}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{A}_2)$$

$$d_U^{\alpha}(B_{i,1},y_i) = D(\sup\{y_i^{\alpha}\}, \sup\{B_{i,1}^{\alpha}\}) = \sup\{y_i^{\alpha}\} - \sup\{B_{i,1}^{\alpha}\}$$
$$d_U^{\alpha}(y_i,B_{i,2}) = D(\sup\{B_{i,2}^{\alpha}\}, \sup\{y_i^{\alpha}\}) = \sup\{B_{i,2}^{\alpha}\} - \sup\{y_i^{\alpha}\}$$

$$d_U^{\alpha}(\boldsymbol{A}_1,\boldsymbol{x})\cdot d_U^{\alpha}(y_i,B_{i,2}) = d_U^{\alpha}(B_{i,1},y_i)\cdot d_U^{\alpha}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{A}_2)$$

$$d_L^{\alpha}(\boldsymbol{A}_1,\boldsymbol{x})\cdot\inf\{B_{i,2}^{\alpha}\} - d_L^{\alpha}(\boldsymbol{A}_1,\boldsymbol{x})\cdot\inf\{y_i^{\alpha}\} =$$
$$= d_L^{\alpha}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{A}_2)\cdot\inf\{y_i^{\alpha}\} - d_L^{\alpha}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{A}_2)\cdot\inf\{B_{i,1}^{\alpha}\}$$

$$\inf\{y_i^{\alpha}\}\cdot[d_L^{\alpha}(\boldsymbol{A}_1,\boldsymbol{x}) + d_L^{\alpha}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{A}_2)] =$$
$$= d_L^{\alpha}(\boldsymbol{A}_1,\boldsymbol{x})\cdot\inf\{B_{i,2}^{\alpha}\} + d_L^{\alpha}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{A}_2)\cdot\inf\{B_{i,1}^{\alpha}\}$$

$$\inf\{y_i^{\alpha}\} = \frac{\dfrac{1}{d_L^{\alpha}(\boldsymbol{A}_1,\boldsymbol{x})}\inf\{B_{i,1}^{\alpha}\} + \dfrac{1}{d_L^{\alpha}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{A}_2)}\inf\{B_{i,2}^{\alpha}\}}{\dfrac{1}{d_L^{\alpha}(\boldsymbol{A}_1,\boldsymbol{x})} + \dfrac{1}{d_L^{\alpha}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{A}_2)}}$$

$$\inf\{y_i^{\alpha}\} = \frac{\mathbf{w}_{1L}^{\alpha}\inf\{B_{i,1}^{\alpha}\} + \mathbf{w}_{2L}^{\alpha}\inf\{B_{i,2}^{\alpha}\}}{\mathbf{w}_{1L}^{\alpha} + \mathbf{w}_{2L}^{\alpha}}$$
$$\mathbf{w}^{\alpha}_{1L} = \frac{1}{d_L^{\alpha}(\boldsymbol{A}_1,\boldsymbol{x})} \qquad \mathbf{w}^{\alpha}_{2L} = \frac{1}{d_L^{\alpha}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{A}_2)}$$

$$\sup\{y_i^{\alpha}\} = \frac{\mathbf{w}_{1U}^{\alpha}\sup\{B_{i,1}^{\alpha}\} + \mathbf{w}_{2U}^{\alpha}\sup\{B_{i,2}^{\alpha}\}}{\mathbf{w}_{1U}^{\alpha} + \mathbf{w}_{2U}^{\alpha}}$$
$$\mathbf{w}^{\alpha}_{1U} = \frac{1}{d_U^{\alpha}(\boldsymbol{A}_1,\boldsymbol{x})} \qquad \mathbf{w}^{\alpha}_{2U} = \frac{1}{d_U^{\alpha}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{A}_2)}$$

ahol

$\boldsymbol{x} = x_1 \times x_2 \times \ldots \times x_n$	: megfigyelés
$\boldsymbol{y} = y_1 \times y_2 \times \ldots \times y_m$	: következtetés
$\boldsymbol{A}_j = A_{1,j} \times A_{2,j} \times \ldots \times A_{n,j}$	: antecedens $j \in \{1,2\}$
$\boldsymbol{B}_j = B_{1,j} \times B_{2,j} \times \ldots \times B_{m,j}$	: konzekvens $j \in \{1,2\}$
$\mathbf{w}^{\alpha}_{1L}, \mathbf{w}^{\alpha}_{2L}, \mathbf{w}^{\alpha}_{1U}, \mathbf{w}^{\alpha}_{2U}$	: valamely α-vágathoz tartozó alsó és felsõ súlytényezõk

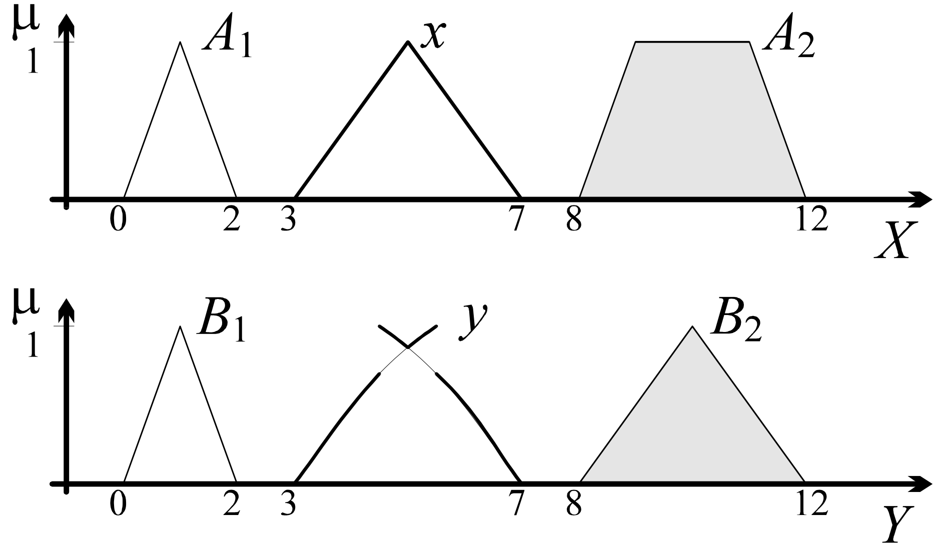
Az egyenletek megoldásával megkapjuk a következtetés fuzzy halmaz valamennyi α-vágatának alsó és felsõ végpontját. Mivel az α-vágatok alsó és felsõ végpontjai egyértelmûen meghatározzák az α-vágatokat, ezért felhasználásukkal **felbontási alakban** elõállítható a keresett következtetés fuzzy halmaz:

$$\boldsymbol{y}^{\alpha} = [\ \inf\{\boldsymbol{y}^{\alpha}\}\ ,\ \sup\{\boldsymbol{y}^{\alpha}\}\ ]$$
$$\boldsymbol{y} = \cup_{\alpha}\ \alpha \cdot \boldsymbol{y}^{\alpha} \qquad\qquad \forall\ \alpha \in (\ \Lambda_{A1} \cup \Lambda_{A2} \cup \Lambda_{B1} \cup \Lambda_{B2}\ )$$

A következtetés fuzzy halmaz **normális**, mert valamennyi $\alpha \in (0,1]$ α-vágata létezik (intervallum (hiperintervallum), amely legalább egy elemû), konvexsége azonban nem mindig teljesül (pl. 2.4.2.1/a ábra).
pl. egy dimenziós megfigyelés- és következtetés-univerzumok esetén:

$$d_L^{\alpha}(A_1,x) = \inf\{x^{\alpha}\} - \inf\{A_1^{\alpha}\} = (3+2\cdot\alpha) - (0+\alpha) = (3+\alpha)$$
$$d_L^{\alpha}(x,A_2) = \inf\{A_2^{\alpha}\} - \inf\{x^{\alpha}\} = (8+\alpha) - (3+2\cdot\alpha) = (5-\alpha)$$
$$\inf\{B_1^{\alpha}\} = 0+\alpha$$
$$\inf\{B_2^{\alpha}\} = 8+2\cdot\alpha$$
$$\inf\{y^{\alpha}\} = \frac{d_L^{\alpha}(x,A_2)\inf\{B_1^{\alpha}\} + d_L^{\alpha}(A_1,x)\inf\{B_2^{\alpha}\}}{d_L^{\alpha}(A_1,x) + d_L^{\alpha}(x,A_2)} = \frac{(5-\alpha)(0+\alpha)+(3+\alpha)(8+2\alpha)}{3+\alpha+5-\alpha} = \frac{\alpha^2+19\alpha+24}{8}$$

$$d_U^{\alpha}(A_1,x) = \sup\{x^{\alpha}\} - \sup\{A_1^{\alpha}\} = (7-2\cdot\alpha) - (2-\alpha) = (5-\alpha)$$
$$d_U^{\alpha}(x,A_2) = \sup\{A_2^{\alpha}\} - \sup\{x^{\alpha}\} = (12-\alpha) - (7-2\cdot\alpha) = (5+\alpha)$$
$$\sup\{B_1^{\alpha}\} = 2-\alpha$$
$$\sup\{B_2^{\alpha}\} = 12-2\cdot\alpha$$
$$\sup\{y^{\alpha}\} = \frac{d_U^{\alpha}(x,A_2)\sup\{B_1^{\alpha}\} + d_U^{\alpha}(A_1,x)\sup\{B_2^{\alpha}\}}{d_U^{\alpha}(A_1,x) + d_U^{\alpha}(x,A_2)} = \frac{(5+\alpha)(2-\alpha)+(5-\alpha)(12-2\alpha)}{5-\alpha+5+\alpha} = \frac{\alpha^2-25\alpha+70}{10}$$



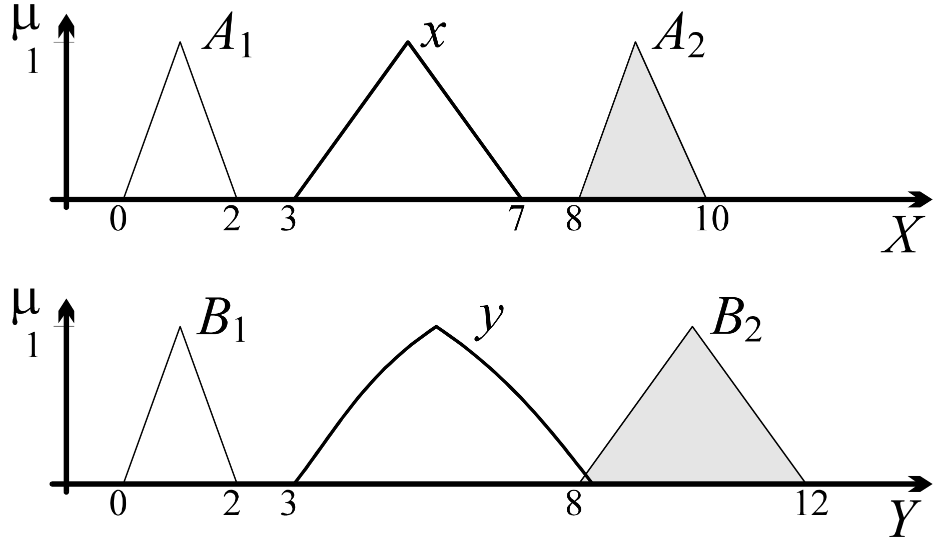
2.4.2.1/a ábra

Ha az $\boldsymbol{A}_1$, $\boldsymbol{A}_2$, $\boldsymbol{B}_1$, $\boldsymbol{B}_2$, $\boldsymbol{x}$ fuzzy halmazok tagsági függvénye háromszög alakú, akkor az $\boldsymbol{y}$ következtetés fuzzy halmaz tagsági függvénye **normális** és **konvex** (pl. 2.4.2.1/b ábra).
pl. egy dimenziós megfigyelés- és következtetés-univerzumok esetén:

$d_L^{\alpha}(A_1,x) = (3+2\cdot\alpha) - (0+\alpha) = (3+\alpha)$
$d_L^{\alpha}(x,A_2) = (8+\alpha) - (3+2\cdot\alpha) = (5-\alpha)$
$\inf\{B_1^{\alpha}\} = 0+\alpha$
$\inf\{B_2^{\alpha}\} = 8+2\cdot\alpha$
$$\inf\{y^{\alpha}\} = \frac{\alpha^2+19\alpha+24}{8}$$

$d_U^{\alpha}(A_1,x) = (7-2\cdot\alpha) - (2-\alpha) = (5-\alpha)$
$d_U^{\alpha}(x,A_2) = (10-\alpha) - (7-2\cdot\alpha) = (3+\alpha)$
$\sup\{B_1^{\alpha}\} = 2-\alpha$
$\sup\{B_2^{\alpha}\} = 12-2\cdot\alpha$
$$\sup\{y^{\alpha}\} = \frac{\alpha^2-23\alpha+66}{8}$$

© **Kovács, Szilveszter:**
Fuzzy logic control, M.Phil. theses, Technical University of Budapest, Faculty of Informatics and Electrical Engineering, Budapest, Branch of Computer Science, p.116, (1993).



2.4.2.1/b ábra

Valamely α-vágat esetén a $\mathbf{w}^{\alpha}{}_{1L}, \mathbf{w}^{\alpha}{}_{2L}, \mathbf{w}^{\alpha}{}_{1U}, \mathbf{w}^{\alpha}{}_{2U}$ súlytényezõk határozzák meg, hogy a két közrefogó szabály konzekvense közül melyik milyen mértékben szerepel a következtetésben. Minél nagyobb a szabályhoz tartozó súlytényezõ, annál közelebb kerül a következtetés az illetõ szabály konzekvenséhez.

Abban az esetben, ha a megfigyelés fuzzy halmaz egyenlõ valamelyik szabály antecedensével, akkor a kapott következtetés is megegyezik annak konzekvens részével:
pl.
Tegyük föl, hogy a megfigyelés egyenlõ az elsõ szabály antecedensével

$$\boldsymbol{x} = \boldsymbol{A}_1$$

Ekkor

$$d_L{}^{\alpha}(\boldsymbol{A}_1,\boldsymbol{x}) = d_U{}^{\alpha}(\boldsymbol{A}_1,\boldsymbol{x}) = 0 \qquad \forall\ \alpha \in \{0,1\} \text{ esetén}$$

$$\inf\{\boldsymbol{y}^{\alpha}\} = \frac{d_L^{\alpha}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{A}_2)\inf\{\boldsymbol{B}_1^{\alpha}\} + d_L^{\alpha}(\boldsymbol{A}_1,\boldsymbol{x})\inf\{\boldsymbol{B}_2^{\alpha}\}}{d_L^{\alpha}(\boldsymbol{A}_1,\boldsymbol{x}) + d_L^{\alpha}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{A}_2)} =$$

$$= \frac{d_L^{\alpha}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{A}_2)\inf\{\boldsymbol{B}_1^{\alpha}\}}{d_L^{\alpha}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{A}_2)} = \inf\{\boldsymbol{B}_1{}^{\alpha}\}$$

$$\sup\{\boldsymbol{y}^{\alpha}\} = \frac{d_U^{\alpha}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{A}_2)\sup\{\boldsymbol{B}_1^{\alpha}\} + d_U^{\alpha}(\boldsymbol{A}_1,\boldsymbol{x})\sup\{\boldsymbol{B}_2^{\alpha}\}}{d_U^{\alpha}(\boldsymbol{A}_1,\boldsymbol{x}) + d_U^{\alpha}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{A}_2)} =$$

$$= \frac{d_U^{\alpha}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{A}_2)\sup\{\boldsymbol{B}_1^{\alpha}\}}{d_U^{\alpha}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{A}_2)} = \sup\{\boldsymbol{B}_1{}^{\alpha}\}$$

Tehát:

$$\inf\{\boldsymbol{y}^{\alpha}\} = \inf\{\boldsymbol{B}_1{}^{\alpha}\}$$
$$\sup\{\boldsymbol{y}^{\alpha}\} = \sup\{\boldsymbol{B}_1{}^{\alpha}\}$$

$$\boldsymbol{y}^{\alpha} = \boldsymbol{B}_1{}^{\alpha} \qquad \forall\ \alpha \in \{0,1\}\ \text{esetén}$$

$$\boldsymbol{y} = \boldsymbol{B}_1$$

A következtetés megegyezik az elsõ szabály konzekvensével.

2.4.2.2 2k szabály lineáris interpolációjára épülõ fuzzy következtetés

[12],[15],[16]

A két szabályra épülõ lineáris interpoláció alapvetõ hibája az, hogy a szabálybázisból mindössze két, a megfigyelés fuzzy halmazhoz legközelebb esõ (így hozzá valószínûleg leginkább hasonlító) antecedensû szabályt kiragadva hozza meg döntését.

A "**minél közelebb van** az $\boldsymbol{x}$ megfigyelés az $\boldsymbol{A}_i$ antecedenshez, **annál inkább legyen közel** az $\boldsymbol{y}$ következtetés a $\boldsymbol{B}_i$ konzekvenshez" elv a két szabályra épülõ lineáris interpolációval analóg módon tovább bõvíthetõ, ha a két szabály helyett a szabálybázisból **2k** darab szabályt veszünk számításba.

Szûkítsük le a szabályhalmazt olyan **2k** darab - a megfigyelést közrefogó és ahhoz legközelebb esõ antecedensû szabályra, ahol **k** darab szabály a megfigyelés egyik, míg **k** darab annak másik oldalára esik:

$$\boldsymbol{A}_i \langle \boldsymbol{x} \langle \boldsymbol{A}_j \qquad \forall\ i \in I\ ,\ \forall\ j \in J$$
$$|\,I\,| = |\,J\,| = k\ ,\ \ I \in \{1,...,r\}\ ,\ J \in \{1,...,r\}$$

A két szabályra épülõ lineáris interpolációval való analógia érdekében további feltétel, hogy ezen szabályok konzekvensei az antecedensekhez hasonlóan két csoportot alkossanak (részleges rendezettség):

$$\boldsymbol{A}_i \langle \boldsymbol{x} \langle \boldsymbol{A}_j\ \text{ és }\ \boldsymbol{B}_i \langle \boldsymbol{B}_j \qquad \forall\ i \in I\ ,\ \forall\ j \in J$$
$$|\,I\,| = |\,J\,| = k\ ,\ \ I \in \{1,...,r\}\ ,\ J \in \{1,...,r\}$$

A $\langle$ megelõzi reláció jelentése a két szabályra épülõ lineáris interpolációhoz hasonlóan itt is eltérõ lehet az antecedens ($\boldsymbol{X}$) és a konzekvens ($\boldsymbol{Y}$) oldalon. (pl. valós számokon értelmezett egy dimenziós univerzumok esetén a $\langle$ jelentése kisebb (<) az antecedens és nagyobb (>) a konzekvens oldalon.) Hiszen ebben az esetben is csak a távolságok aránya a lényeges.

A **2k** darab szabály szabálybázisból való kiválasztásánál ügyelni kell arra, hogy mind a két említett feltétel teljesüljön. Ez mindig valamely konkrét megfigyelés kiértékelése során fordul elõ, így elképzelhetõ, hogy a döntéshozatal az egyes megfigyeléseknek megfelelõen más és más **2k** szabálybázisbeli szabály alapján történik.

© Kovács, Szilveszter:
Fuzzy logic control, M.Phil. theses, Technical University of Budapest, Faculty of Informatics and Electrical Engineering, Budapest, Branch of Computer Science, p.116, (1993).

Az egyes döntések során a **k** (pozitív egész) értéke is változhat. Már csak azért is, mert nem biztos, hogy minden megfigyelés esetén léteznek a feltételeket kielégítõ szabályok. Amennyiben a **k** értéke csökken, úgy egyre kevesebb szabály figyelembevételével történik a döntések meghozatala (**k**=1 esetén a módszer a két szabályra épülõ lineáris interpolációba torkollik).

A két szabályra épülõ lineáris interpolációnál kapott eredmények **2k** szabályra bõvítésével a következtetés fuzzy halmaz a következõképpen számítható:

$$\inf\{y_t{}^{\alpha}\} = \frac{\Sigma_{i\in I} \dfrac{1}{d_L^{\alpha}(\boldsymbol{A}_i,\boldsymbol{x})} \inf\{B_{t,i}^{\alpha}\} + \Sigma_{j\in J} \dfrac{1}{d_L^{\alpha}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{A}_j)} \inf\{B_{t,j}^{\alpha}\}}{\Sigma_{i\in I} \dfrac{1}{d_L^{\alpha}(\boldsymbol{A}_i,\boldsymbol{x})} + \Sigma_{j\in J} \dfrac{1}{d_L^{\alpha}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{A}_j)}}$$

$$\sup\{y_t{}^{\alpha}\} = \frac{\Sigma_{i\in I} \dfrac{1}{d_U^{\alpha}(\boldsymbol{A}_i,\boldsymbol{x})} \sup\{B_{t,i}^{\alpha}\} + \Sigma_{j\in J} \dfrac{1}{d_U^{\alpha}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{A}_j)} \sup\{B_{t,j}^{\alpha}\}}{\Sigma_{i\in I} \dfrac{1}{d_U^{\alpha}(\boldsymbol{A}_i,\boldsymbol{x})} + \Sigma_{j\in J} \dfrac{1}{d_U^{\alpha}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{A}_j)}}$$

$\forall\ t \in \{1,...,m\}$,

ahol:

$\boldsymbol{A}_i \langle \boldsymbol{x} \langle \boldsymbol{A}_j$ és $\boldsymbol{B}_i \langle \boldsymbol{B}_j$ $\quad \forall\ i \in I\ ,\ \forall\ j \in J$

$|I| = |J| = k\ ,\ I \in \{1,...,r\}\ ,\ J \in \{1,...,r\}$

$\boldsymbol{x} = x_1 \times x_2 \times ... \times x_n$: megfigyelés
$\boldsymbol{y} = y_1 \times y_2 \times ... \times y_m$: következtetés
$\boldsymbol{A}_i = A_{1,i} \times A_{2,i} \times ... \times A_{n,i}$: antecedens $\ i \in \{1,...,r\}$
$\boldsymbol{B}_i = B_{1,i} \times B_{2,i} \times ... \times B_{m,i}$: konzekvens $\ i \in \{1,...,r\}$

A következtetés fuzzy halmaz itt is (a két szabályra épülõ lineáris interpolációhoz hasonlóan) **felbontási alak**ban, α-vágatainak alsó és felsõ végpontjaként adódik.

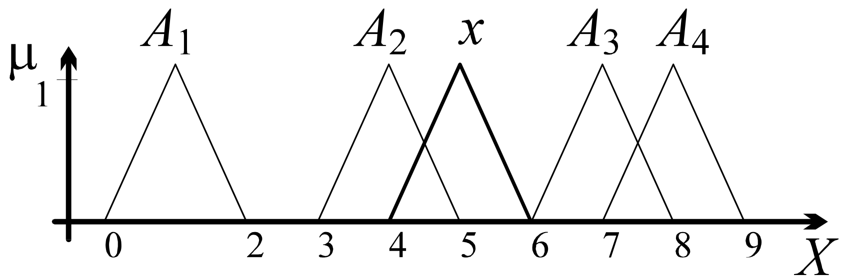
pl. egy dimenziós megfigyelés- és következtetés-univerzumok esetén, négy szabály figyelembevételével k=2 (2.4.2.2/a ábra):

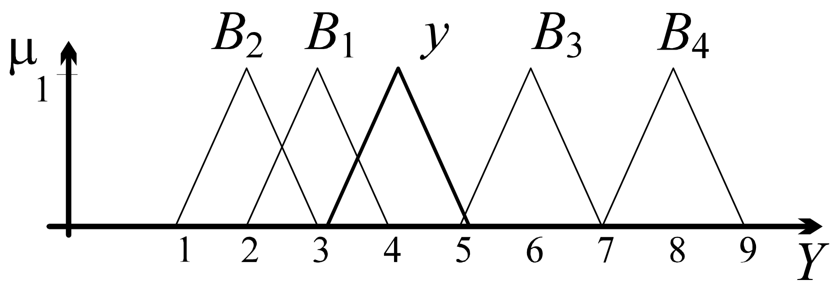
$\boldsymbol{A}_i \langle \boldsymbol{x} \langle \boldsymbol{A}_j$ és $\boldsymbol{B}_i \langle \boldsymbol{B}_j$ $\quad \forall\ i \in I\ ,\ \forall\ j \in J$

$I = \{1,2\}\ ,\ J = \{3,4\}$

x : megfigyelés
y : következtetés
A_i : antecedens $\ i \in \{1,...,4\}$
B_i : konzekvens $\ i \in \{1,...,4\}$

© Kovács, Szilveszter:
Fuzzy logic control, M.Phil. theses, Technical University of Budapest, Faculty of Informatics and Electrical Engineering, Budapest, Branch of Computer Science, p.116, (1993).





2.4.2.2/a ábra

Abban az esetben, ha a megfigyelés fuzzy halmaz egyenlõ valamelyik szabály antecedensével (ez a feltételek teljesülése miatt csak a megfigyelést megelõzõ antecedensek közül a legutolsó, vagy az utána következõk közül a legelsõ lehet), akkor a kapott következtetés is megegyezik annak konzekvens részével:
pl.
Tegyük föl, hogy a megfigyelés tetszõleges mértékben megközelíti az s. szabály antecedensét:

$$\boldsymbol{x} \to \boldsymbol{A}_{\mathrm{s}} \qquad d_{\mathrm{L}}(\boldsymbol{A}\mathrm{s},\boldsymbol{x}) \to 0 \quad , \quad d_{\mathrm{U}}(\boldsymbol{A}\mathrm{s},\boldsymbol{x}) \to 0$$

$$\lim_{d_{\mathrm{L}}(\boldsymbol{A}_{\mathrm{s}},\boldsymbol{x})\to 0} \inf\{y_{\mathrm{t}}^{\alpha}\} = \frac{\Sigma_{\mathrm{i}\in\mathrm{I}} \dfrac{1}{d_{\mathrm{L}}^{\alpha}(\boldsymbol{A}_{\mathrm{i}},\boldsymbol{x})} \inf\{B_{\mathrm{t,i}}^{\alpha}\} + \Sigma_{\mathrm{j}\in\mathrm{J}} \dfrac{1}{d_{\mathrm{L}}^{\alpha}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{A}_{\mathrm{j}})} \inf\{B_{\mathrm{t,j}}^{\alpha}\}}{\Sigma_{\mathrm{i}\in\mathrm{I}} \dfrac{1}{d_{\mathrm{L}}^{\alpha}(\boldsymbol{A}_{\mathrm{i}},\boldsymbol{x})} + \Sigma_{\mathrm{j}\in\mathrm{J}} \dfrac{1}{d_{\mathrm{L}}^{\alpha}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{A}_{\mathrm{j}})}} =$$

$$= \inf\{B^{\alpha}{}_{\mathrm{t,s}}\}$$

$$\lim_{d_{\mathrm{U}}(\boldsymbol{A}_{\mathrm{s}},\boldsymbol{x})\to 0} \sup\{y_{\mathrm{t}}^{\alpha}\} = \frac{\Sigma_{\mathrm{i}\in\mathrm{I}} \dfrac{1}{d_{\mathrm{U}}^{\alpha}(\boldsymbol{A}_{\mathrm{i}},\boldsymbol{x})} \sup\{B_{\mathrm{t,i}}^{\alpha}\} + \Sigma_{\mathrm{j}\in\mathrm{J}} \dfrac{1}{d_{\mathrm{U}}^{\alpha}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{A}_{\mathrm{j}})} \sup\{B_{\mathrm{t,j}}^{\alpha}\}}{\Sigma_{\mathrm{i}\in\mathrm{I}} \dfrac{1}{d_{\mathrm{U}}^{\alpha}(\boldsymbol{A}_{\mathrm{i}},\boldsymbol{x})} + \Sigma_{\mathrm{j}\in\mathrm{J}} \dfrac{1}{d_{\mathrm{U}}^{\alpha}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{A}_{\mathrm{j}})}} =$$

$$= \sup\{B^{\alpha}{}_{\mathrm{t,s}}\}$$

$\forall\ \mathrm{t} \in \{1,...,\mathrm{m}\} \quad , \quad \forall\ \alpha \in [0,1]$ esetén

Tehát:

$$\lim_{d_{\mathrm{L}}(\boldsymbol{A}_{\mathrm{s}},\boldsymbol{x})\to 0} \inf\{y_{\mathrm{t}}^{\alpha}\} = \inf\{B^{\alpha}{}_{\mathrm{t,s}}\}$$
$$\lim_{d_{\mathrm{U}}(\boldsymbol{A}_{\mathrm{s}},\boldsymbol{x})\to 0} \sup\{y_{\mathrm{t}}^{\alpha}\} = \sup\{B^{\alpha}{}_{\mathrm{t,s}}\}$$

$\forall\ t \in \{1,...,m\}$, $\forall\ \alpha \in [0,1]$ esetén

$\boldsymbol{y} \to \boldsymbol{B}_{\mathrm{s}}$

A következtetés tetszõleges mértékben megközelíti az s. szabály konzekvensét.

2.4.3 <u>Szabályok lineáris extrapolációjára épülõ fuzzy következtetés</u>

[15],[16]

Abban az esetben, ha nem létezik olyan szabálypár, melyek antecedensei közrefogják a megfigyelést ($\boldsymbol{A}_1\langle \boldsymbol{x}\langle \boldsymbol{A}_2$), nem alkalmazhatók a szabályok interpolációjára épülõ fuzzy következtetési módszerek. Azonban az antecedensek hasonlósága (távolsága) alapján itt is hozható következtetés. Az, hogy a szabálybázis antecedens halmazán kívül esõ megfigyelés (megelõzi az antecedens halmaz legelsõ, vagy követi annak legutolsó elemét) milyen mértékben jellemezhetõ a felhasznált szabálybázissal, csak konkrét esetekben dönthetõ el. Amennyiben feltételezzük, hogy a szabálybázis pontos modellje az irányítandó folyamatnak, úgy nincs olyan megfigyelés, melyhez a szabálybázis szabályai alapján hozott következtetés helytelen lenne. Tehát a szabálybázis antecedens halmazán kívül esõ megfigyelés (amennyiben ilyen létezik) alapján is hozható helyes következtetés.
Ha valamely megfigyelés esetén a döntéshozás olyan szabályok alapján történik, melyek antecedensei nem fogják közre a megfigyelést, úgy azt **extrapoláció**nak nevezzük.

2.4.3.1 **Két szabály lineáris extrapolációjára épülõ fuzzy következtetés**

[15],[16]

A két szabály lineáris extrapolációjára épülõ fuzzy következtetés a korábban leírt interpolációs következtetés értelmezési tarományának bõvítése.
A döntéshozás alapjául a megfigyeléshez legközelebb esõ antecedensû két szabály szolgál (pl.nincs a szabálybázisban olyan szabálypár, melyek antecedensei közrefognák a megfigyelést, így a legközelebbi szabályok hasonlítanak leginkább a megfigyeléshez).

A bõvebb értelmezési tartomány miatt a megfigyelés-antecedens távolságokat elõjeles távolságokként kell kezelni. Ez abban az esetben jelent változást az interpolációnál bemutatott módszerhez képest, ha a megfigyelés-univerzum több dimenziós és a távolságszámításnál alkalmazott kitevõ páros (Minkowski-távolság, $w=2\cdot n$), mivel így valamennyi távolság pozitív. Ebben az esetben, a megfigyelés és az antecedensek sorrendje szerint elõjeleket kell rendelni az egyes megfigyelés-antecedens távolságokhoz:
pl.

$\forall\ i \in \{1,...,m\}$ (a következtetés-univerzum valamennyi összetevõjére)

Az interpolációnál alkalmazott összefüggés:

$$\inf\{y_i{}^\alpha\} = \frac{\frac{1}{d_L^\alpha(\boldsymbol{A}_1,\boldsymbol{x})}\inf\{B_{i,1}^\alpha\} + \frac{1}{d_L^\alpha(\boldsymbol{x},\boldsymbol{A}_2)}\inf\{B_{i,2}^\alpha\}}{\frac{1}{d_L^\alpha(\boldsymbol{A}_1,\boldsymbol{x})} + \frac{1}{d_L^\alpha(\boldsymbol{x},\boldsymbol{A}_2)}}$$

$$\sup\{y_i{}^\alpha\} = \frac{\frac{1}{d_U^\alpha(\boldsymbol{A}_1,\boldsymbol{x})}\sup\{B_{i,1}^\alpha\} + \frac{1}{d_U^\alpha(\boldsymbol{x},\boldsymbol{A}_2)}\sup\{B_{i,2}^\alpha\}}{\frac{1}{d_U^\alpha(\boldsymbol{A}_1,\boldsymbol{x})} + \frac{1}{d_U^\alpha(\boldsymbol{x},\boldsymbol{A}_2)}}$$

Extrapoláció egy dimenziós megfigyelés-univerzum esetén:

$$d_L{}^\alpha(A,x) = D(\inf\{x^\alpha\}, \inf\{A^\alpha\}) = \inf\{x^\alpha\} - \inf\{A^\alpha\}$$
$$d_U{}^\alpha(A,x) = D(\sup\{x^\alpha\}, \sup\{A^\alpha\}) = \sup\{x^\alpha\} - \sup\{A^\alpha\}$$

$$\inf\{y_i{}^\alpha\} = \frac{\frac{1}{\inf\{x^\alpha\} - \inf\{A_1^\alpha\}}\inf\{B_{i,1}^\alpha\} + \frac{1}{\inf\{A_2^\alpha\} - \inf\{x^\alpha\}}\inf\{B_{i,2}^\alpha\}}{\frac{1}{\inf\{x^\alpha\} - \inf\{A_1^\alpha\}} + \frac{1}{\inf\{A_2^\alpha\} - \inf\{x^\alpha\}}}$$

$$\sup\{y_i{}^\alpha\} = \frac{\frac{1}{\sup\{x^\alpha\} - \sup\{A_1^\alpha\}}\sup\{B_{i,1}^\alpha\} + \frac{1}{\sup\{A_2^\alpha\} - \sup\{x^\alpha\}}\sup\{B_{i,2}^\alpha\}}{\frac{1}{\sup\{x^\alpha\} - \sup\{A_1^\alpha\}} + \frac{1}{\sup\{A_2^\alpha\} - \sup\{x^\alpha\}}}$$

Extrapoláció több dimenziós megfigyelés-univerzum esetén:
pl.

euklideszi távolság, w=2

$\boldsymbol{A}_1 \langle \boldsymbol{A}_2 \langle \boldsymbol{x}$

$$\inf\{y_i{}^\alpha\} = \frac{\frac{1}{d_L^\alpha(\boldsymbol{A}_1,\boldsymbol{x})}\inf\{B_{i,1}^\alpha\} + \frac{1}{-d_L^\alpha(\boldsymbol{A}_2,\boldsymbol{x})}\inf\{B_{i,2}^\alpha\}}{\frac{1}{d_L^\alpha(\boldsymbol{A}_1,\boldsymbol{x})} + \frac{1}{-d_L^\alpha(\boldsymbol{A}_2,\boldsymbol{x})}}$$

$$\sup\{y_i{}^\alpha\} = \frac{\frac{1}{d_U^\alpha(\boldsymbol{A}_1,\boldsymbol{x})}\sup\{B_{i,1}^\alpha\} + \frac{1}{-d_U^\alpha(\boldsymbol{A}_2,\boldsymbol{x})}\sup\{B_{i,2}^\alpha\}}{\frac{1}{d_U^\alpha(\boldsymbol{A}_1,\boldsymbol{x})} + \frac{1}{-d_U^\alpha(\boldsymbol{A}_2,\boldsymbol{x})}}$$

ahol

$\boldsymbol{x} = x_1 \times x_2 \times ... \times x_n$: megfigyelés
$\boldsymbol{y} = y_1 \times y_2 \times ... \times y_m$: következtetés
$\boldsymbol{A}_j = A_{1,j} \times A_{2,j} \times ... \times A_{n,j}$: antecedens $j \in \{1,2\}$
$\boldsymbol{B}_j = B_{1,j} \times B_{2,j} \times ... \times B_{m,j}$: konzekvens $j \in \{1,2\}$

2.4.3.2 **2k szabály lineáris extrapolációjára épülõ fuzzy következtetés** [15],[16]

A **2k** szabály lineáris extrapolációjára épülõ fuzzy következtetés - hasonlóan a két szabály esetén leírtakhoz - a **2k** szabály lineáris interpolációjának értelmezési tarománybeli bõvítése.
Az interpoláció esetén leírt módszer csak abban az esetben volt alkalmazható, ha a kiválasztott **2k** darab szabály antecedenseire és konzekvenseire teljesült a szeparációs feltétel (**k** darab szabály antecedens a megfigyelés egyik, míg **k** darab annak másik oldalára essék, a konzekvensek pedig az antecedensekhez hasonlóan alkossanak két csoportot (részleges rendezettség)). Az extrapoláció esetén ez nem feltétlenül szükséges.
Ez a módszer a döntéshozatal alapjának a megfigyeléshez legközelebb esõ antecedensû **2k** darab szabályt tekinti (a legközelebbi szabályok hasonlítanak leginkább a megfigyeléshez).

A bõvebb értelmezési tartomány miatt a megfigyelés-antecedens távolságokat a két szabály extrapolációjánál bemutatott módon elõjeles távolságokként kell kezelni. (A megfigyelés és az antecedensek sorrendje szerint elõjeleket kell rendelni az egyes megfigyelés-antecedens távolságokhoz.)
pl.

$\forall\ t \in \{1,...,m\}$ (a következtetés-univerzum valamennyi összetevõjére)

Extrapoláció egy dimenziós megfigyelés-univerzum esetén:

$$\inf\{y_t^\alpha\} = \frac{\Sigma_{i\in I}\frac{1}{\inf\{x\}-\inf\{A_i\}}\inf\{B_{t,i}^\alpha\} + \Sigma_{j\in J}\frac{1}{\inf\{A_j\}-\inf\{x\}}\inf\{B_{t,j}^\alpha\}}{\Sigma_{i\in I}\frac{1}{\inf\{x\}-\inf\{A_i\}} + \Sigma_{j\in J}\frac{1}{\inf\{A_j\}-\inf\{x\}}}$$

$$\sup\{y_t^\alpha\} = \frac{\Sigma_{i\in I}\frac{1}{\sup\{x\}-\sup\{A_i\}}\sup\{B_{t,i}^\alpha\} + \Sigma_{j\in J}\frac{1}{\sup\{A_j\}-\sup\{x\}}\sup\{B_{t,j}^\alpha\}}{\Sigma_{i\in I}\frac{1}{\sup\{x\}-\sup\{A_i\}} + \Sigma_{j\in J}\frac{1}{\sup\{A_j\}-\sup\{x\}}}$$

Extrapoláció több dimenziós megfigyelés-univerzum esetén:
pl.

euklideszi távolság, w=2

$\boldsymbol{A}_i \langle \boldsymbol{A}_j \langle \boldsymbol{x} \langle \boldsymbol{A}_l \qquad \forall\ i \in I\ ,\ \forall\ j \in J\ ,\ \forall\ l \in L$

$|I| = |J| + |L| = k\ ,\ I \in \{1,...,r\}\ ,\ J \in \{1,...,r\}\ ,\ L \in \{1,...,r\}$

$$\inf\{y_t^\alpha\} = \frac{\Sigma_{i\in I}\frac{1}{d_L^\alpha(\boldsymbol{A}_i,\boldsymbol{x})}\inf\{B_{t,i}^\alpha\} + \Sigma_{j\in J}\frac{1}{-d_L^\alpha(\boldsymbol{A}_j,\boldsymbol{x})}\inf\{B_{t,j}^\alpha\} + \Sigma_{l\in L}\frac{1}{d_L^\alpha(\boldsymbol{A}_l,\boldsymbol{x})}\inf\{B_{t,l}^\alpha\}}{\Sigma_{i\in I}\frac{1}{d_L^\alpha(\boldsymbol{A}_i,\boldsymbol{x})} + \Sigma_{j\in J}\frac{1}{-d_L^\alpha(\boldsymbol{A}_j,\boldsymbol{x})} + \Sigma_{l\in L}\frac{1}{d_L^\alpha(\boldsymbol{A}_l,\boldsymbol{x})}}$$

$$\sup\{y_t^{\alpha}\} = \frac{\Sigma_{i\in I} \frac{1}{d_U^{\alpha}(\boldsymbol{A}_i,\boldsymbol{x})} \sup\{B_{t,i}^{\alpha}\} + \Sigma_{j\in J} \frac{1}{-d_U^{\alpha}(\boldsymbol{A}_j,\boldsymbol{x})} \sup\{B_{t,j}^{\alpha}\} + \Sigma_{l\in L} \frac{1}{d_U^{\alpha}(\boldsymbol{A}_l,\boldsymbol{x})} \sup\{B_{t,l}^{\alpha}\}}{\Sigma_{i\in I} \frac{1}{d_U^{\alpha}(\boldsymbol{A}_i,\boldsymbol{x})} + \Sigma_{j\in J} \frac{1}{-d_U^{\alpha}(\boldsymbol{A}_j,\boldsymbol{x})} + \Sigma_{l\in L} \frac{1}{d_U^{\alpha}(\boldsymbol{A}_l,\boldsymbol{x})}}$$

ahol:

$\boldsymbol{x} = x_1 \times x_2 \times ... \times x_n$	: megfigyelés
$\boldsymbol{y} = y_1 \times y_2 \times ... \times y_m$	: következtetés
$\boldsymbol{A}_i = A_{1,i} \times A_{2,i} \times ... \times A_{n,i}$	: antecedens $i \in \{1,...,r\}$
$\boldsymbol{B}_i = B_{1,i} \times B_{2,i} \times ... \times B_{m,i}$	: konzekvens $i \in \{1,...,r\}$

2.4.4 Az X→Y fuzzy leképezés közelítõ becslésére épülõ fuzzy következtetés

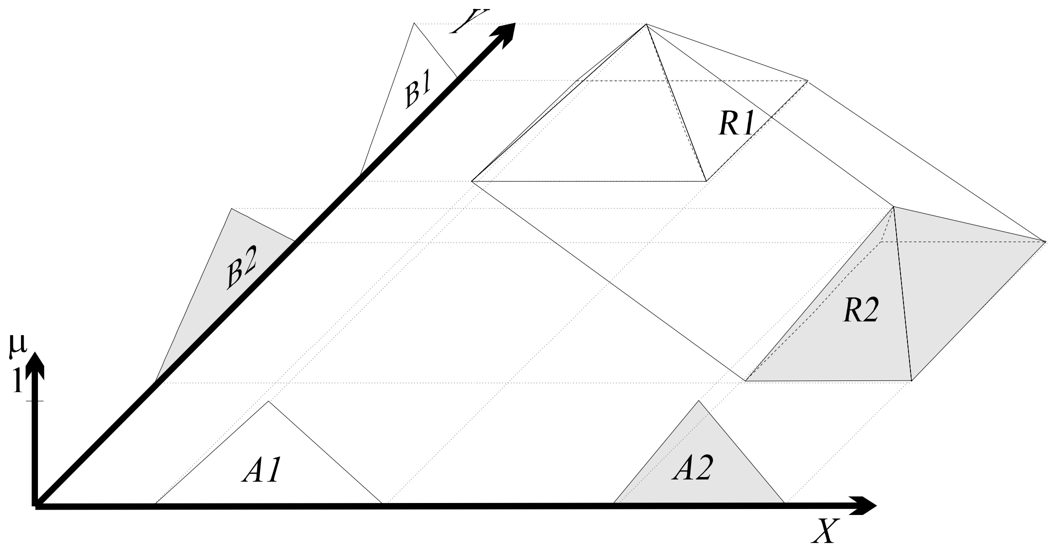
[14],[16],[17]

A fuzzy szabályok interpolációjára, illetve extrapolációjára épülõ következtetési módszerek arra utalnak, mintha létezne egy olyan folytonos $\boldsymbol{y}=\mathbf{R}(\boldsymbol{x})$ fuzzy leképezés, melynek az egyes fuzzy szabályok diszkrét megoldásai lennének.
Ha ebbõl a szempontból vizsgáljuk a fuzzy szabálybázist, akkor az nem más, mint közelítése az $\boldsymbol{y}=\mathbf{R}(\boldsymbol{x})$ leképezésnek ($\boldsymbol{X}\to\boldsymbol{Y}$ leképezés).
Minél sûrûbb valamely szabálybázis, annál pontosabban írja le az **R** leképezést (minél ritkább, annál pontatlanabbul).

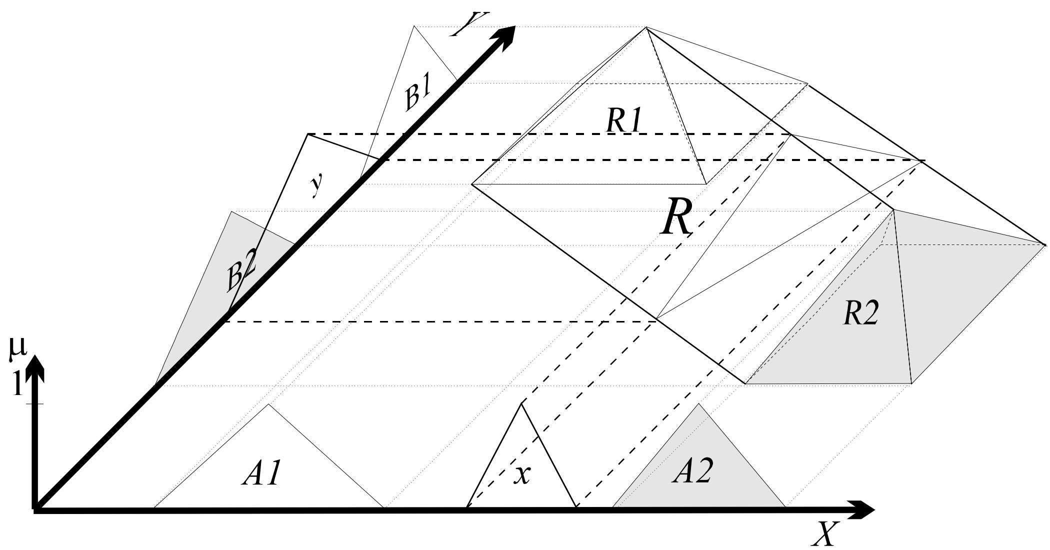
Tekintsük tehát a szabálybázist az $\mathbf{R}(\boldsymbol{x})$ leképezés diszkrét megoldásainak. Amennyiben sikerül elõállítani az **R** leképezést (illetve annak valamely modelljét), úgy segítségével bármely megfigyeléshez rendelhetõ következtetés ($\boldsymbol{y}=\mathbf{R}(\boldsymbol{x})$).

A korábban bemutatott lineris interpolációra, illetve extrapolációra épülõ következtetési módszerek a szabálybázis valamely két, illetve **2k** szabályára adták meg az **R** fuzzy-leképezés modelljét.
pl. egy dimenziós megfigyelés- és következtetés-univerzum esetén két fuzzy szabályra:

Az **R** leképezés modellje:

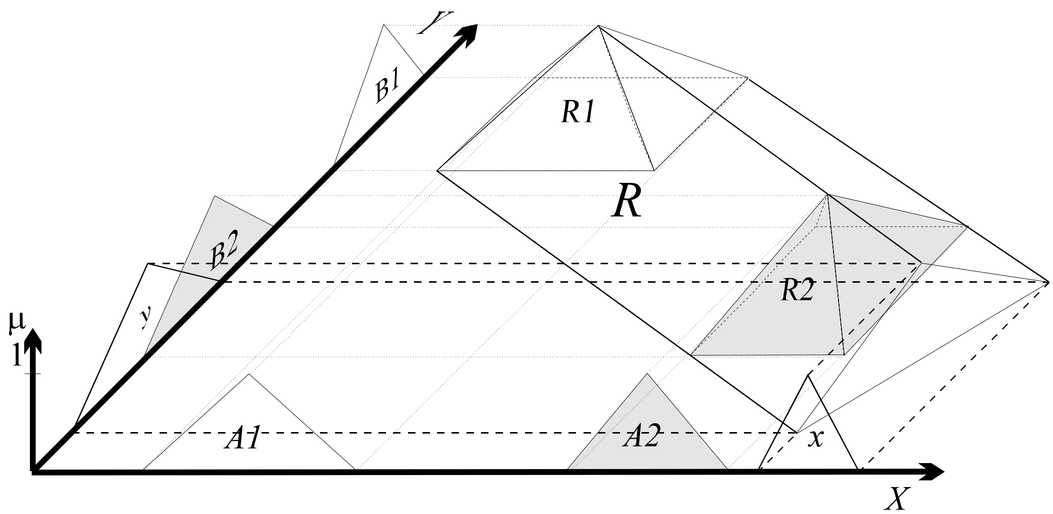


Döntéshozás két szabály lineáris interpolációja alapján:



© Kovács, Szilveszter:
Fuzzy logic control, M.Phil. theses, Technical University of Budapest, Faculty of Informatics and Electrical Engineering, Budapest, Branch of Computer Science, p.116, (1993).

Döntéshozás két szabály lineáris extrapolációja alapján:



Az **R** leképezés modelljének keresése a hasonlóság alapján történõ döntéshozatalra épül: "**minél inkább hasonlít** az $\boldsymbol{x}$ megfigyelés az $\boldsymbol{A}_{\mathrm{i}}$ antecedenshez, **annál inkább hasonlítson** az $\boldsymbol{y}$ következtetés a $\boldsymbol{B}_{\mathrm{i}}$ konzekvenshez".

Fuzzy halmazok hasonlóságának vizsgálatára két módszer kínálkozik. Az egyik az interpolációs, illetve extrapolációs módszereknél bemutatott módon fuzzy távolságok vizsgálatára épül (a fuzzy halmazok összes α-vágatának infínuma és szuprémuma). Míg a másik módszer a közép fuzzy távolság és fuzzy szélesség fogalmakat használja fel.

Közép fuzzy távolságra és **fuzzy szélesség**re épülõ fuzzy következtetés esetén a fuzzy szabályok értelmezése [14],[16]:

> **Minél közelebb van** az $\boldsymbol{x}$ megfigyelés az $\boldsymbol{A}_{\mathrm{i}}$ antecedenshez,
> **annál inkább legyen közel** az $\boldsymbol{y}$ következtetés a $\boldsymbol{B}_{\mathrm{i}}$ konzekvenshez.
>
> **Minél általánosabb vagy specifikusabb** az $\boldsymbol{x}$ megfigyelés
> az $\boldsymbol{A}_{\mathrm{i}}$ antecedenshez képest,
> **annál inkább legyen általános vagy specifikus** az $\boldsymbol{y}$ következtetés
> a $\boldsymbol{B}_{\mathrm{i}}$ konzekvenshez képest.

A hasonlóság vizsgálata ebben az esetben két feltételre bomlik:

A "**minél közelebb van** az $\boldsymbol{x}$ megfigyelés az $\boldsymbol{A}_{\mathrm{i}}$ antecedenshez, **annál inkább legyen közel** az $\boldsymbol{y}$ következtetés a $\boldsymbol{B}_{\mathrm{i}}$ konzekvenshez" feltétel teljesen megegyezik a korábban tárgyalt távolságmértékre épülõ fuzzy következtetésnél bemutatottal. A különbség csak annyi, hogy itt az alsó és felsõ fuzzy távolságok helyett - azok átlaga - a **közép fuzzy távolság** szerepel.

Közép fuzzy távolság:

$$d_M^{\alpha}(\boldsymbol{A},\boldsymbol{B}) = (d_L^{\alpha}(\boldsymbol{A},\boldsymbol{B}) + d_U^{\alpha}(\boldsymbol{A},\boldsymbol{B})) / 2$$

A "**Minél általánosabb vagy specifikusabb** az $\boldsymbol{x}$ megfigyelés az $\boldsymbol{A}_i$ antecedenshez képest, **annál inkább legyen általános vagy specifikus** az $\boldsymbol{y}$ következtetés a $\boldsymbol{B}_i$ konzekvenshez képest" feltételben szereplõ általánosság, illetve specifikusság a **fuzzy szélesség**re utal.
A **fuzzy szélesség** olyan fuzzy halmaz, amely egy konvex és normális fuzzy halmaz α -vágatainak hosszát (intervallumok) írja le a tagsági érték (α) függvényében.
Fuzzy szélesség:

$$\boldsymbol{w}(\boldsymbol{A})^{\alpha} = [\inf\{\boldsymbol{A}^{\alpha}\} , \sup\{\boldsymbol{A}^{\alpha}\}]$$

$$\boldsymbol{w}(\boldsymbol{A}) = \cup_{\alpha} \alpha\cdot\boldsymbol{w}(\boldsymbol{A})^{\alpha} \qquad \forall \alpha \in (\Lambda_A)$$

Minél általánosabb egy fuzzy halmaz, annál "szélesebb" (minél specifikusabb, annál "keskenyebb").

Két fuzzy halmaz alsó és felsõ fuzzy távolsága kölcsönösen egyértelmûen megadható közép fuzzy távolságukkal és fuzzy szélességeik különbségével:

$$d_L^{\alpha}(\boldsymbol{A},\boldsymbol{B}) = (\boldsymbol{w}(\boldsymbol{A})^{\alpha} - \boldsymbol{w}(\boldsymbol{B})^{\alpha}) / 2 + d_M^{\alpha}(\boldsymbol{A},\boldsymbol{B})$$

$$d_U^{\alpha}(\boldsymbol{A},\boldsymbol{B}) = (\boldsymbol{w}(\boldsymbol{B})^{\alpha} - \boldsymbol{w}(\boldsymbol{A})^{\alpha}) / 2 + d_M^{\alpha}(\boldsymbol{A},\boldsymbol{B})$$

$$d_M^{\alpha}(\boldsymbol{A},\boldsymbol{B}) = (d_L^{\alpha}(\boldsymbol{A},\boldsymbol{B}) + d_U^{\alpha}(\boldsymbol{A},\boldsymbol{B})) / 2$$

$$\boldsymbol{w}(\boldsymbol{A})^{\alpha} - \boldsymbol{w}(\boldsymbol{B})^{\alpha} = d_L^{\alpha}(\boldsymbol{A},\boldsymbol{B}) - d_U^{\alpha}(\boldsymbol{A},\boldsymbol{B})$$

Az **R** leképezés modelljének keresése szempontjából (fuzzy halmazok hasonlóságának vizsgálata) a két módszer teljesen egyenértékû. Az eddig bemutatott módszerek (alsó és felsõ fuzzy távolságok vizsgálata) egyértelmûen átalakíthatóak közép fuzzy távolságra és fuzzy szélességre épülõ fuzzy következtetéssé (természetesen a következtetés fuzzy halmaz ebben az esetben fuzzy középértékként és fuzzy szélességként adódik).
Fuzzy középérték:

$$\mathrm{centr}\{\boldsymbol{A}^{\alpha}\} = (\inf\{\boldsymbol{A}^{\alpha}\}+\sup\{\boldsymbol{A}^{\alpha}\}) / 2$$

pl.
Tetszõleges n fuzzy szabály közelítése [Kóczy]:

$$\mathrm{centr}\{\boldsymbol{x}^{\alpha}\} = \frac{\Sigma_{i=1}^{n} \frac{1}{d_M^{\alpha}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{A})}[\mathrm{centr}\{\boldsymbol{B}_i^{\alpha}\} + (\mathrm{centr}\{\boldsymbol{x}_i^{\alpha}\} - \mathrm{centr}\{\boldsymbol{A}_i^{\alpha}\})\frac{\boldsymbol{w}^{\alpha}(\boldsymbol{B}_i)}{\boldsymbol{w}^{\alpha}(\boldsymbol{A}_i)}]}{\Sigma_{i=1}^{n} \frac{1}{d_M^{\alpha}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{A})}}$$

$$\boldsymbol{w}(\boldsymbol{x})^{\alpha} = \frac{\Sigma_{i=1}^{n} \frac{1}{d_M^{\alpha}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{A})}\frac{\boldsymbol{w}^{\alpha}(\boldsymbol{B}_i)}{\boldsymbol{w}^{\alpha}(\boldsymbol{A}_i)}}{\Sigma_{i=1}^{n} \frac{1}{d_M^{\alpha}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{A})}} \boldsymbol{w}^{\alpha}(\boldsymbol{x}_i)$$

ahol

$\boldsymbol{x} = x_1 \times x_2 \times ... \times x_n$	: megfigyelés
$\boldsymbol{y} = y_1 \times y_2 \times ... \times y_m$	: következtetés
$\boldsymbol{A}_i = A_{1,i} \times A_{2,j} \times ... \times A_{n,i}$	: antecedens $i \in \{1,...,n\}$
$\boldsymbol{B}_i = B_{1,i} \times B_{2,i} \times ... \times B_{m,i}$	: konzekvens $i \in \{1,...,n\}$

Ha az $\boldsymbol{X}\times\boldsymbol{Y}$ univerzumban ábrázoljuk a fuzzy szabályok - közelítõ módszerekben szereplõ - alsó és felsõ határpontjait, akkor α-vágatonként pontokat kapunk:

$$P^{\alpha}_{L(i)} = \inf\{\boldsymbol{A}^{\alpha}_i\},\inf\{\boldsymbol{B}^{\alpha}_i\}$$
$$P^{\alpha}_{U(i)} = \sup\{\boldsymbol{A}^{\alpha}_i\},\sup\{\boldsymbol{B}^{\alpha}_i\}$$

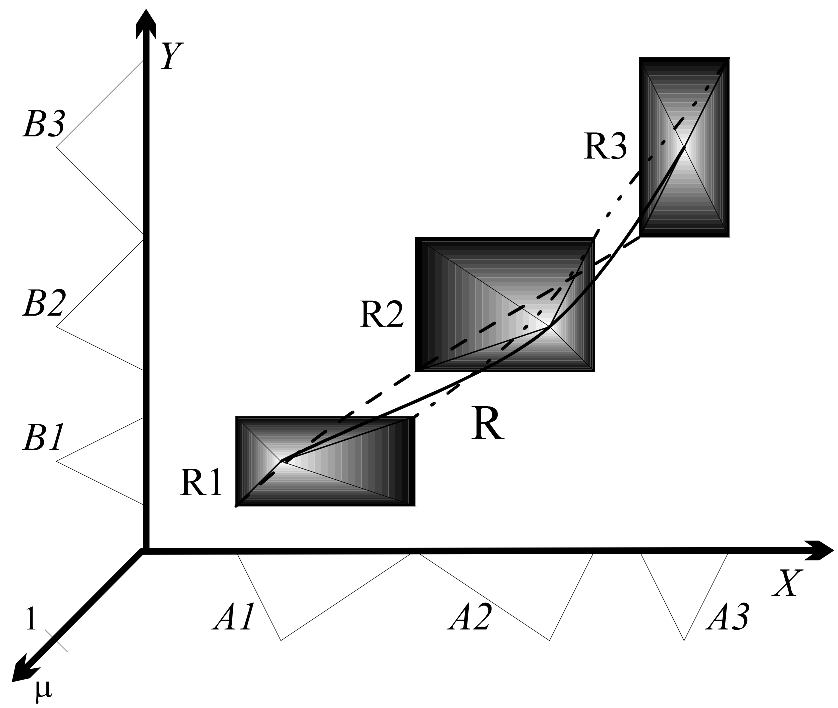
Valamely r darab szabályból álló szabálybázis egy α-vágatában így r darab alsó és r darab felsõ határponttal jellemezhetõ (diszkrét megoldásai az **R** leképezésnek). A keresett **R** leképezés modellje nem más, mint az ezen pontokat összekötõ folytonos függvény, vagyis a szinthalmaz számosságának megfelelõ számú alsó, illetve felsõ határpontokra illeszkedõ függvények halmaza ($\mathbf{R}^{\alpha}_U$, $\mathbf{R}^{\alpha}_L$ összesen $2\cdot|\Lambda|$ darab).
A modell alapján történõ döntéshozatal így a modellt alkotó függvénypárok valamely megfigyelés fuzzy halmaz α-vágataihoz tartozó megoldásai:

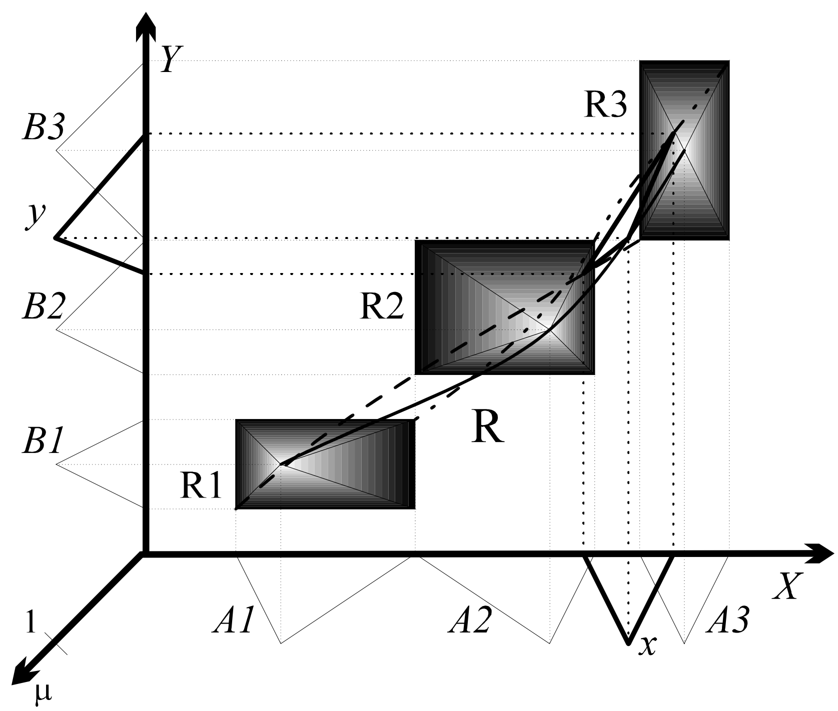
$$y^{\alpha}_U = \mathbf{R}^{\alpha}_U(x^{\alpha}_U)$$
$$y^{\alpha}_L = \mathbf{R}^{\alpha}_L(x^{\alpha}_L)$$
$$y^{\alpha} = [\, y^{\alpha}_U \,,\, y^{\alpha}_U \,]$$
$$\boldsymbol{y} = \cup_{\alpha}\, \alpha\cdot y^{\alpha} \qquad \forall\, \alpha \in \Lambda$$
$$\mathbf{R}(\boldsymbol{x}) = \boldsymbol{y} = \cup_{\alpha}\, \alpha\cdot[\, \mathbf{R}^{\alpha}_U(x^{\alpha}_U) \,,\, \mathbf{R}^{\alpha}_L(x^{\alpha}_L) \,]$$

© Kovács, Szilveszter:
Fuzzy logic control, M.Phil. theses, Technical University of Budapest, Faculty of Informatics and Electrical Engineering, Budapest, Branch of Computer Science, p.116, (1993).

pl.2.4.4/a ábra - három szabályra illeszkedõ modell. (az ábrán mindössze α=0 és α=1 szintekhez tartozó függvények vannak jelölve):

$$y^0{}_L = \mathbf{R}^0{}_L(x^0{}_L)\ ,\ y^0{}_U = \mathbf{R}^0{}_U(x^0{}_U)\ ,\ x^1{}_L = x^1{}_U\ ,\ y^1{}_L = y^1{}_U = \mathbf{R}^1{}_L(x^1{}_L) = \mathbf{R}^1{}_U(x^1{}_U)$$





2.4.4/a ábra

2.4.5 **Fuzzy szabályok regressziójára épülõ fuzzy következtetés**

[15],[16],[17]

Fuzzy szabálybázis megalkotása, vagy módosítása esetén elõfordulhat, hogy nincs összhang a kapott szabályok között. Ellentmondást tartalmaz, vagy olyan egymáshoz "hasonló" (közeli) antecedenseket, melyekhez igen különbözõ (távoli) konzekvensek tartoznak. Ebben az esetben a korábbi módszerek vagy alkalmatlanok a döntéshozatalra (önmagának ellentmondó szabálybázis), vagy az általuk hozott döntés bizonytalan ("kis" megfigyelés változáshoz "túl nagy" következmény változás tartozik).
Ilyen esetben kézenfekvõ megoldásnak tûnik a szabálybázis megváltoztatása. Az ellentmondó, vagy közel ellentmondó szabályok kiszûrésével, illetve módosításával kialakított szabálybázis már alkalmassá válik a döntéshozatalra. A fuzzy szabályok kinyerési módszerétõl függõen azonban általánosságban nincs mód a szabálybázis önhatalmú megváltoztatására. Nem lehet kizárólag a szabálybázis ismeretében feloldani annak belsõ ellentmondásait. Az is elképzelhetõ, hogy az egymásnak látszólag ellentmondó szabályok mindegyike helyes (pl. alternatív megoldások).

Ellentmondó egy fuzzy szabálybázis, ha létezik olyan antecedens, vagy antecedens részlet, amely legalább két szabályban elõfordul és hozzá más-más konzekvensek tartoznak [16]:

$$\exists\ \alpha \in (0,1]\ :\ \inf\{\boldsymbol{A}^{\alpha}{}_{i}\} = \inf\{\boldsymbol{A}^{\alpha}{}_{j}\}\ ,\ \inf\{\boldsymbol{B}^{\alpha}{}_{i}\} \neq \inf\{\boldsymbol{B}^{\alpha}{}_{j}\}\ ,\ i \neq j$$

vagy

$$\exists\ \alpha \in (0,1]\ :\ \sup\{\boldsymbol{A}^{\alpha}{}_{i}\} = \sup\{\boldsymbol{A}^{\alpha}{}_{j}\}\ ,\ \sup\{\boldsymbol{B}^{\alpha}{}_{i}\} \neq \sup\{\boldsymbol{B}^{\alpha}{}_{j}\}\ ,\ i \neq j$$

Ebben az esetben az egyértelmû döntéshozás érdekében olyan modelljét kell keresni az **R** leképezésnek, ahol nem szükséges, hogy a modell illeszkedjék a szabálybázis adta diszkrét megoldásokra (szabályok). Ha a modell illeszkedne valamennyi szabályra, akkor ellentmondó szabálybázis esetén az $\boldsymbol{y} = \mathbf{R}(\boldsymbol{x})$ függvény nem létezne. (nem lenne függvény, mert létezne olyan $x^{\alpha}{}_{U}$ vagy $x^{\alpha}{}_{L}$, amihez nem lehet egyertelmûen $y^{\alpha}{}_{U}$ -t vagy $y^{\alpha}{}_{L}$ -t rendelni)

A szabálybázisra nem teljesen illeszkedõ modell elõnye, hogy feloldja a szabálybázisban rejlõ ellentmondásokat. Amiatt azonban, hogy nem illeszkedik teljesen, lesz olyan eleme a szabálybázisnak, melynek antecedens részére - mint megfigyelésre a modell az illetõ szabály konzekvens részétõl eltérõ következtetést hoz. Abban az esetben, ha helyes, de alternatív mivoltuk miatt ellentmondó szabályokról van szó (pl. szakértõktõl nyert információ), ez nem megengedhetõ. Ilyenkor több, a szabálybázist teljesen lefedõ illeszkedõ modell ad megoldást (a döntéshozatal során kell kiválasztani az adott helyzetben legmegfelelõbbet).

Lineáris regresszióra épülõ fuzzy következtetés

[15],[17]

A lineáris regresszióra épülõ fuzzy következtetés a szabályok alkotta szintenkénti alsó, illetve felsõ határpontokat a legjobban illeszkedõ egyenessel (több dimenziós megfigyelés esetén hipersíkkal) közelíti. (pl. legkisebb hibanégyzetek elve alapján választott regressziós egyenes, illetve hipersík [15],[17])

A regressziószámítás során figyelembevett szabályok száma és azok megfigyeléshez mért távolsága határozzák meg a modell jellemzõit. Minél több és minél távolabbi szabályok alapján végzi a modellalkotást, az annál inkább globálisan (durvábban) közelíti a szabálybázist. Ha csak két, a megfigyeléshez legközelebb esõ antecedensû szabályt vesz figyelembe, akkor a módszer a már bemutatott lineáris interpolációba-extrapolációba torkollik (így a modell pontosabb, azonban nem szûri ki a szabálybázis ellentmondásait).

A jobb felbontás érdekében célszerû a megfigyeléssel együtt mozgó "**ablak**ot" választani. Így csak a megfigyelés közelében lévõ szabályok alapján történik a regressziós egyenes számítása. Az ablak egy konkrét (a szabálybázisnak megfelelelõen kiválasztott) **távolságérték** vagy **szabályszám**. A regresszió számításban csak azok a szabályok vesznek részt, melyek antecedenseinek megfigyeléshez mért távolsága (távolság ablak esetén) kisebb mint az ablak mérete. Illetve szabályszám-ablak alkalmazása esetén azon ablak-értéknek megfelelõ számú szabály, amely a legközelebb esik a megfigyeléshez (hasonlóan a korábban említett 2k szabály alapján számított extrapolációs döntéshozatalhoz (2.4.3.2)).

A mozgó ablak használatát nehezíti, hogy az alkalmazásával nyert modell csak a konkrét megfigyelés környezetében közelíti az **R** leképezést (csak a "megfigyeléshez kötött" ablakba esõ szabályokat veszi figyelembe), ezért döntéshozás közben minden konkrét megfigyelés esetén újra el kell végezni a regresszió számítást.
Amennyiben a döntéshozást megelõzõen (off-line módon) szeretnénk felépíteni az **R** leképezés regressziós egyenesekbõl (hipersíkokból) álló modelljét, úgy egy ablak választása után az összes lehetséges megfigyelésre el kell végeznünk a regresszió számítást. Az így kapott, egymástól különbözõ regressziós egyenesek (hipersíkok) száma kétszerese a szabályok számának [17]. A kapott regressziós egyenesekbõl (hipersíkokból) álló modell azonban általánosságban nem folytonos. (Ugyanis a mozgó ablakban megjelenõ, vagy eltûnõ szabályok a korábbitól eltérõ regressziós egyenest (hipersíkot) eredményeznek)

Folytonossá tehetõ a modell, ha **fuzzy ablak**ot alkalmazunk [17]. A fuzzy ablak alkalmazása annyiban tér el az elõzõ módszertõl, hogy itt az egyes pontok a fuzzy ablakban elfoglalt helyüknek megfelelõ súlytényezõvel (tagsági függvény érték) szerepelnek a regresszió számításban. Az ablak mozgása során alkalmas tagsági érték függvényû ablakot választva az egyes szabályoknak megfelelõ pontok nem "ugrásszerûen", hanem "fokozatosan" jelennek meg a regressziószámításban - folytonossá téve ezáltal a közelítõ modellt.

3. A fuzzy logikai irányítás alkalmazási példái

A fuzzy logikai irányítás hatékonyságának bemutatására két példát választottam. Az elsõ egy egyensúlyozási probléma. A második egy tankhajtású targonca nyomvonal követésének megoldása. Mindkét feladat szimulált folyamatot vezérlõ demonstrációs program formájában került elkészítésre. (A program forrásnyelvû listája, valamint IBM PC kompatibilis számítógépen futtatható kódja megtalálható a mellékletben.)

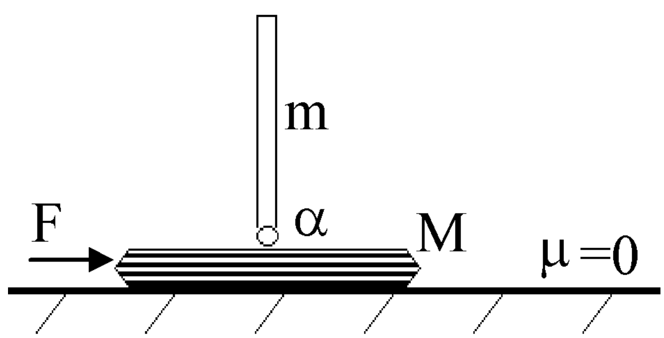
3.1 Egyensúlyozás pálcával

A feladat egy "kocsi" tetején ideális csuklóval rögzített súlyos pálcának a kocsira ható erõ útján történõ egyensúlyozása fuzzy logikai irányítás segítségével. (A probléma valós megoldására példa a [21] irodalomban található.)

3.1.1 Az irányítani kívánt folyamat meghatározása

Mivel nem állt rendelkezésemre az említett berendezés, így szimuláció segítségével készítettem el annak modelljét.

A szimulált berendezés vázlatos elrendezése:



A rendszer ideális, surlódásmentes, a pálca tömege **m**, a kocsié **M**, a kívülrõl ható beavatkozó erõ **F**.
Felírva a rendszerre a Lagrange-féle másodfajú mozgásegyenleteket, a következõ összefüggéseket kapjuk:

$$(\mathbf{m}+\mathbf{M})\cdot x''+\mathbf{m}\cdot(\mathbf{l}/2)\cdot\cos(\alpha)\cdot\alpha''-\mathbf{m}\cdot(\mathbf{l}/2)\cdot\sin(\alpha)\cdot\alpha'^{2}=\mathbf{F}$$

$$\mathbf{m}\cdot\mathbf{l}^{2}\cdot\alpha''/3+\mathbf{m}\cdot(\mathbf{l}/2)\cdot\cos(\alpha)\cdot\mathbf{x}''-\mathbf{m}\cdot\mathbf{g}\cdot(\mathbf{l}/2)\cdot\sin(\alpha)=0\ ,$$

ahol **x** a kocsi pozíciója, **l** a pálca hossza, a kocsi és a pálca által bezárt szög pedig α. A a gravitációs gyorsulást **g** jelöli. Az elsõ idõbeli deriváltat ’, a másodikat pedig ’’ jelzi.

Az irányítás célja: egyensúlyozás, vagyis a pálca függöleges helyzetben tartása (α=0) a külsõ beavatkozó erõ (**F**) segítségével.

Megvizsgálva a mozgásegyenleteket kiderül, hogy amennyiben a feladat csak az egyensúlyozandó pálca függõleges helyzetben tartása, úgy a rendszer állapotát leíró változók közül az α és az α’ vizsgálata elégséges a vezérlés megvalósításához.

A fuzzy logikai irányítás szemszögébõl összegezve: az α és az α’ változók a megfigyelések, a hozott következtetés pedig az **F** beavatkozó erõ.

3.1.2 A fuzzy logikai irányítóberendezés

Az irányítóberendezés elemeinek pontos leírása a 2. fejezetben található. Az egyes elemek a megvalósítás lépéseinek sorrendjében kerülnek említésre.

3.1.2.1 Fuzzifikáló interfész

A fizikai modellbõl nyert megfigyeléseket konkrét, bizonytalanságtól mentes értékeknek tekintettem, az alaphalmazokat pedig folytonos univerzumokként kezeltem.
A kompozíciós módon történõ döntéshozatal miatt szükségtelen az univerzumok normalizálása.
A fuzzifikáló interfész feladata így mindössze a megfigyelések egyértékû (egyetlen elemû) fuzzy halmazokká alakítása (2.1.1).

3.1.2.2 Nyelvi változók kialakítása (adatbázis)

A megfigyelés és következtetés alaphalmazokat folytonos számértékeknek tekintettem. A nyelvi értékek meghatározása során - a szimulált rendszer vizsgálatára alapozva - elégségesnek bizonyult a szög (α) és az erõ (**F**) értelmezési tartományok hét, míg a szögsebesség (α’) öt fuzzy halmazra (nyelvi értékre) történõ bontása. Az egyszerûbb számítás és 0.5-fedõ felbontás biztosítása érdekében (kompozíciós döntéshozatal) a tagsági függvényeket folytonos, háromszög alakú függvényeknek választottam úgy, hogy bármely nyelvi érték hordozójának minimuma, illetve maximuma megegyezzék szomszédai magjának maximumával, illetve minimumával:

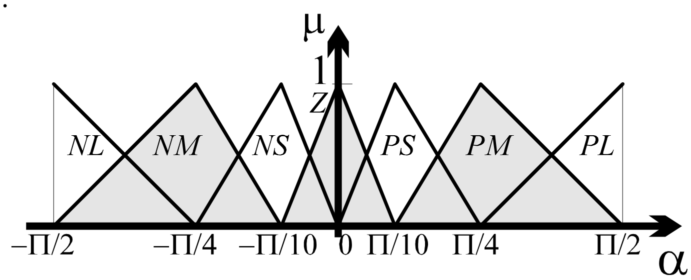
$$\sup\{\ \mathrm{kernel}A_{\mathrm{i-1}}\ \} = \inf\{\ \mathrm{supp}A_{\mathrm{i}}\ \}$$
$$\sup\{\ \mathrm{supp}A_{\mathrm{i}}\ \} = \inf\{\ \mathrm{kernel}A_{\mathrm{i-1}}\ \}$$

valamennyi A_{i} nyelvi értékre.
(Ezen feltételeknek megfelelõ felbontás esetén a 0.5-fedõség automatikusan teljesül.)

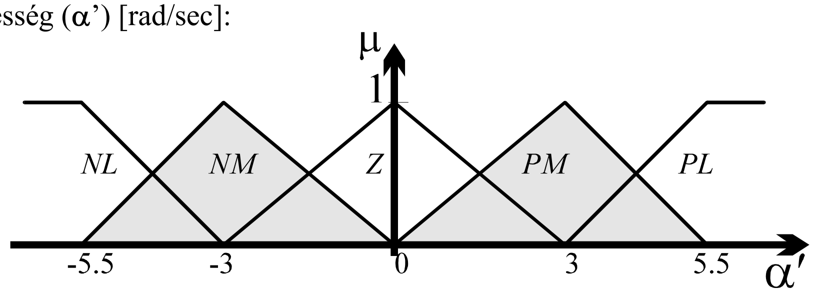
© **Kovács, Szilveszter:**
Fuzzy logic control, M.Phil. theses, Technical University of Budapest, Faculty of Informatics and Electrical Engineering, Budapest, Branch of Computer Science, p.116, (1993).

Az egyes nyelvi fuzzy változók a nyelvi értékek megválasztása után (2.1.2):

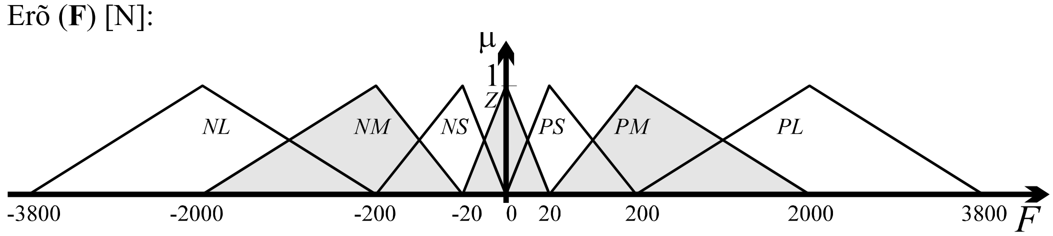
Szög (α) [rad]:



Szögsebesség (α') [rad/sec]:



Erõ (**F**) [N]:



A nyelvi értékek (elsõdleges fuzzy halmazok) neveinek jelentése:

NL : negatív nagy
NM : negatív közepes
NS : negatív kicsi
Z : nulla
PS : pozitív kicsi
PM : pozitív közepes
PL : pozitív nagy

3.1.2.3 **Szabálybázis**

A szabálybázis szabályai a két megfigyelésnek és egy következtetésnek megfelelõen két antecedensbõl és egy konzekvensbõl állnak.

Az i.szabály formátuma (2.1.3):
R_i :

Ha $\alpha = A_{1,i}$ **És** $\alpha' = A_{2,i}$
Akkor
$F = B_i$

A szabályokat "szakértõi tudás" alapján nyertem (2.1.3). (a "szakértõi tudás" természetesen itt csak saját tapasztalataimat jelenti)

A szabálybázis szabályai összegezve, mátrix alakban ábrázolva:

R :

$\alpha' =$ \ $\alpha =$	*NL :*	*NM :*	*NS :*	*Z :*	*PS :*	*PM :*	*PL :*
NL :	*NL*	*NL*	*NM*	*NM*	*NS*	*Z*	*PS*
NM :	*NL*	*NM*	*NM*	*NS*	*Z*	*PS*	*PM*
Z :	*NL*	*NM*	*NS*	*Z*	*PS*	*PM*	*PL*
PM :	*NM*	*NS*	*Z*	*PS*	*PM*	*PM*	*PL*
PL :	*NS*	*Z*	*PS*	*PM*	*PM*	*PL*	*PL*

pl.

Ha $\alpha = NS$ **És** $\alpha' = PL$ **Akkor** $F = PS$

Olvasva:
Ha a szög negatív kicsi és a szöggyorsulás pozitív nagy, akkor a beavatkozó erõ legyen pozitív kicsi.

3.1.2.4 **Döntéshozó logika**

Döntéshozatalra a Zadeh-féle min-max kompozíciós fuzzy következtetést alkalmaztam.
A kompozíciós fuzzy következtetés azért kedvezõ ebben az esetben, mert számítási komplexitása viszonylag alacsony (2.3) és a hozzá szükséges lefedõ szabálybázis minden nehézség nélkül biztosítható. (2.1.4.1 , 2.3)

3.1.2.5. **Defuzzifikáló interfész**

A döntéshozatal eredményeként kapott következtetés fuzzy halmaz defuzzifikálására a gyakorlati alkalmazások során leginkább elterjedt súlypontkeresés módszert választottam. A defuzzifikálás gyorsításának érdekében egyszerûsített súlypontkeresést alkalmaztam (2.1.5.1/e ábra).
Mivel az adatbázisban leírt következtetés-univerzum nem normalizált (3.1.2.2), ezért a defuzzifikálás során kapott érték megfelel a beavatkozójel számértékének.

3.1.3 **A szimulációs program kezelése**

A program C nyelven íródott, a Borland Graphics Interface (BGI) könyvtár eljárásainak felhasználásával.
Az alkalmazott könyvtári elemek specifikussága miatt (a "villogásmentes" animáció érdekében egymást fedõ képernyõlapok használata) a program csak IBM EGA kompatibilis képernyõ-vezérlõkártyával rendelkezõ IBM PC kompatibilis számítógépen futtatható.

A program neve:

FCAR.EXE

Szükséges környezet:

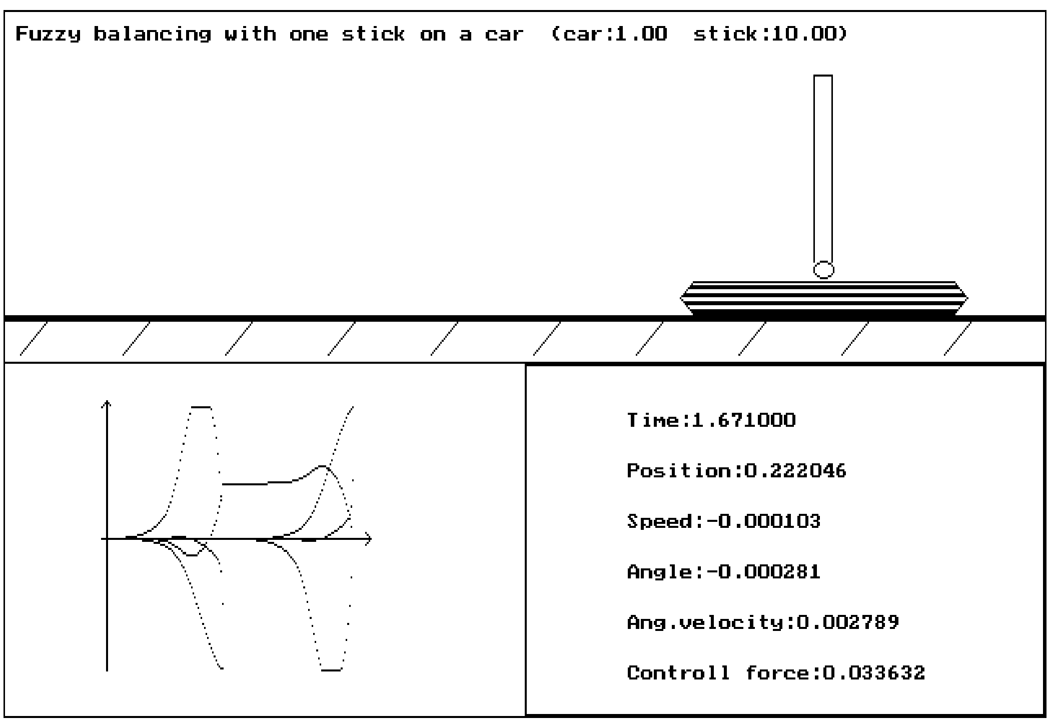
EGAVGA.BGI eljárásgyûjtemény a programmal azonos könyvtárban

Indítása:

A program nevének leírásával (**FCAR**) indítható (**DOS**)

Mûködtetése:

A program indítása után folytonosan fut a szimuláció (3.1.3./a ábra).



3.1.3./a ábra

© Kovács, Szilveszter:
Fuzzy logic control, M.Phil. theses, Technical University of Budapest, Faculty of Informatics and Electrical Engineering, Budapest, Branch of Computer Science, p.116, (1993).

A képernyõ felsõ részén a kocsi és pálca vázlatos képe látható. A kép legtetején olvasható a kocsi és a pálca tömege. A kocsi elmozdulása esetén a mozgás csak a számára kijelölt ablak széléig folytatódik, azon túl a kocsi alatti "talaj" mozdul el. A képernyõ jobb alsó sarkában a szimulált idõ, pozíció, sebesség, szög, szögsebesség, illetve a vezérlõ erõ pillanatnyi számértékei kerültek feltüntetésre. A képernyõ bal alsó sarkában a jobb oldalon megjelenített változók közül (a számártékekkel azonos színben) a sebesség, szög, szögsebesség és a vezérlõ erõ látható grafikus formában, a szimulált idõ függvényében.

Kezelõszervek:

ESC : a program abortálása

→ : a pálca szögének Π/10 fokkal való változtatása jobbra

← : a pálca szögének Π/10 fokkal való változtatása balra

c,C : a vezérlés ki-, illetve bekapcsolása

z,Z : a grafikon "zoomolásának" (tízszeres nagyítás) be-, illetve kikapcsolása

r,R : a változók alapállapotba hozása

3.1.4 Gyakorlati tapasztalatok

A fuzzy irányítóberendezés paramétereit alapvetõen az elsõdleges fuzzy halmazok (nyelvi értékek) és a fuzzy szabályok határozzák meg.

Nagyon fontos, hogy az alkalmazni kívánt szabályoknak megfelelõen alakítsuk ki az elsõdleges fuzzy halmazokat (ezen fuzzy halmazoknak fedniük kell a szabályok antecedens és konzekvens oldalán elõforduló összes nyelvi értéket). Ha nincs összhang közöttük - a szabályokban szereplõ nyelvi értékek tartalma eltér az õket leíró elsõdleges fuzzy halmazok jelentésétõl (pl. a "nagyon kicsi" nyelvi értéket leíró fuzzy halmaz nem felel meg az adott alkalmazás esetén a nyelvi értékhez kapcsolódó tartalomnak), akkor a fuzzy irányítóberendezés által hozott következtetések eltérnek a szabályokat leíró szakértõ döntéseitõl. (Hiszen "más nyelvet beszélnek", az általuk használt fogalmak más-más jelentéssel bírnak.)
Célszerû tehát (pl. szakértõi tudás alapján nyert szabálybázis esetén) elõször a verbálisan (nyelvi értékekkel) megfogalmazott szabálybázist megalkotni, majd a szabálybázisban elõforduló nyelvi értékeknek megfelelõen elvégezni a megfigyelés és következtetés-univerzumok fuzzy felosztását (elsõdleges fuzzy halmazok kialakítása).

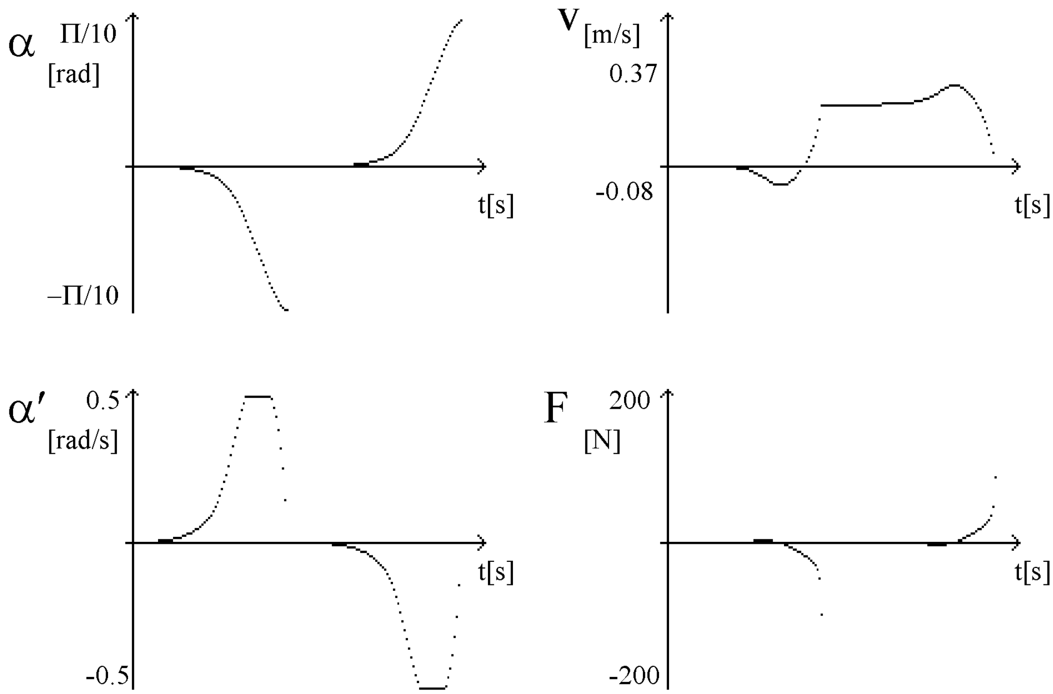
A szabálybázis megalkotása és az elsõdleges fuzzy halmazok kialakítása után az irányítóberendezés azonnal mûködõképes. A szabályok egyszerû felépítése, illetve a beszélt nyelvben megszokott instrukciókhoz közel álló formája miatt a szabályok könnyen olvashatók (értelmezhetõk), illetve egyszerûen módosíthatók.

© Kovács, Szilveszter:
Fuzzy logic control, M.Phil. theses, Technical University of Budapest, Faculty of Informatics and Electrical Engineering, Budapest, Branch of Computer Science, p.116, (1993).

Így, ha kellõ mennyiségû operátori ismeret áll rendelkezésre, viszonylag bonyolult irányítási feladatok is gyorsan és egyszerûen oldhatók meg fuzzy irányítóberendezés alkalmazásával.

A kapott irányítás meglepõen stabil. A pálcát akár kis, akár nagy kilendítés esetén is gyorsan visszaállítja annak alaphelyzetébe (3.1.4/a ábra). (nagy kilendítés esetén ez természetesen a magas 2000N maximális beavatkozó erõnek köszönhetõ).
Az irányítás során csak a pálca függõleges helyzetben tartása volt szempont, így az alaphelyzet újbóli elérése után a kocsi általában egyenletes sebességgel mozog.

pl. a pálca jobbra Π/10 fokkal, majd az alaphelyzet elérése után balra Π/10 fokkal elmozdítása esetén az eredmény (3.1.4/a ábra):



3.1.4/a ábra

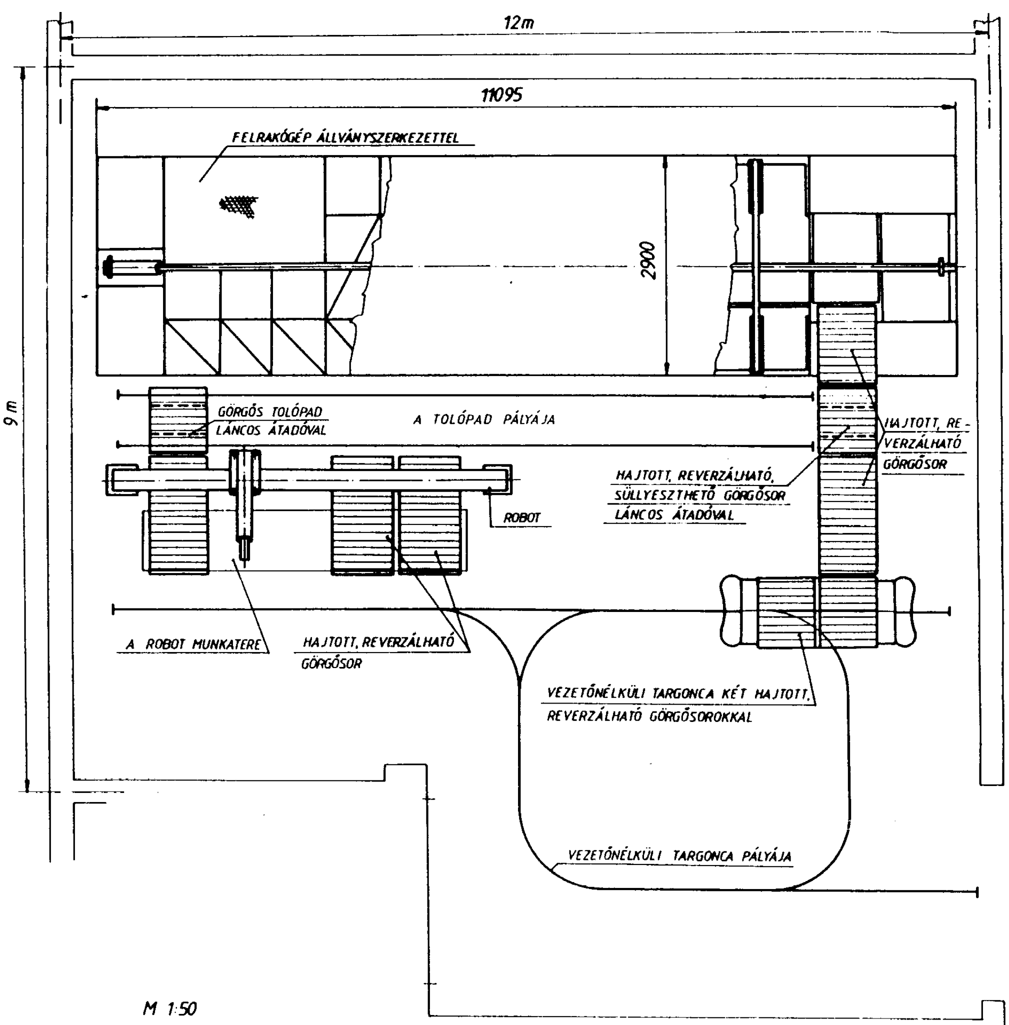
A fuzzy logikai irányítás viszonylag érzéketlen a szabályok, illetve a nyelvi értékek kis mérvû megváltoztatására.
Közelítõleg állítható, hogy valamely fuzzy irányítás oly mértékben felel meg a vele szemben támasztott követelményeknek, mint amilyen pontossággal ezen követelményeket megfogalmaztuk (szabályok, nyelvi értékek leírásának pontossága).

3.2 **Tankhajtású targonca nyomvonal követésének irányítása**

© **Kovács, Szilveszter:**
Fuzzy logic control, M.Phil. theses, Technical University of Budapest, Faculty of Informatics and Electrical Engineering, Budapest, Branch of Computer Science, p.116, (1993).

A feladat egy a Miskolci Egyetem Anyagmozgatási és Logisztikai Tanszék oktató-kutató laboratóriumában mûködõ vezetõnélküli targonca induktív nyomkövetésû irányítóberendezésének fuzzy irányítóberendezéssé történõ átalakítása.

Az oktató-kutató laboratórium vázlatos felépítése, illetve a vezetõnélküli targonca induktív nyomvonalának terve a 3.2/a ábrán látható.
A laboratóriumban elhelyezett berendezés együttes kialakításának célja az integrált gyártórendszerek rugalmas anyagmozgató rendszerében elõforduló legfontosabb berendezések, valamint ezek mûködtetõ, irányító, informatikai és mérõvizsgáló eszközeinek gyakorlati bemutatása, illetve az ehhez kapcsolódó kutatómunka eszközbázisának megteremtése.



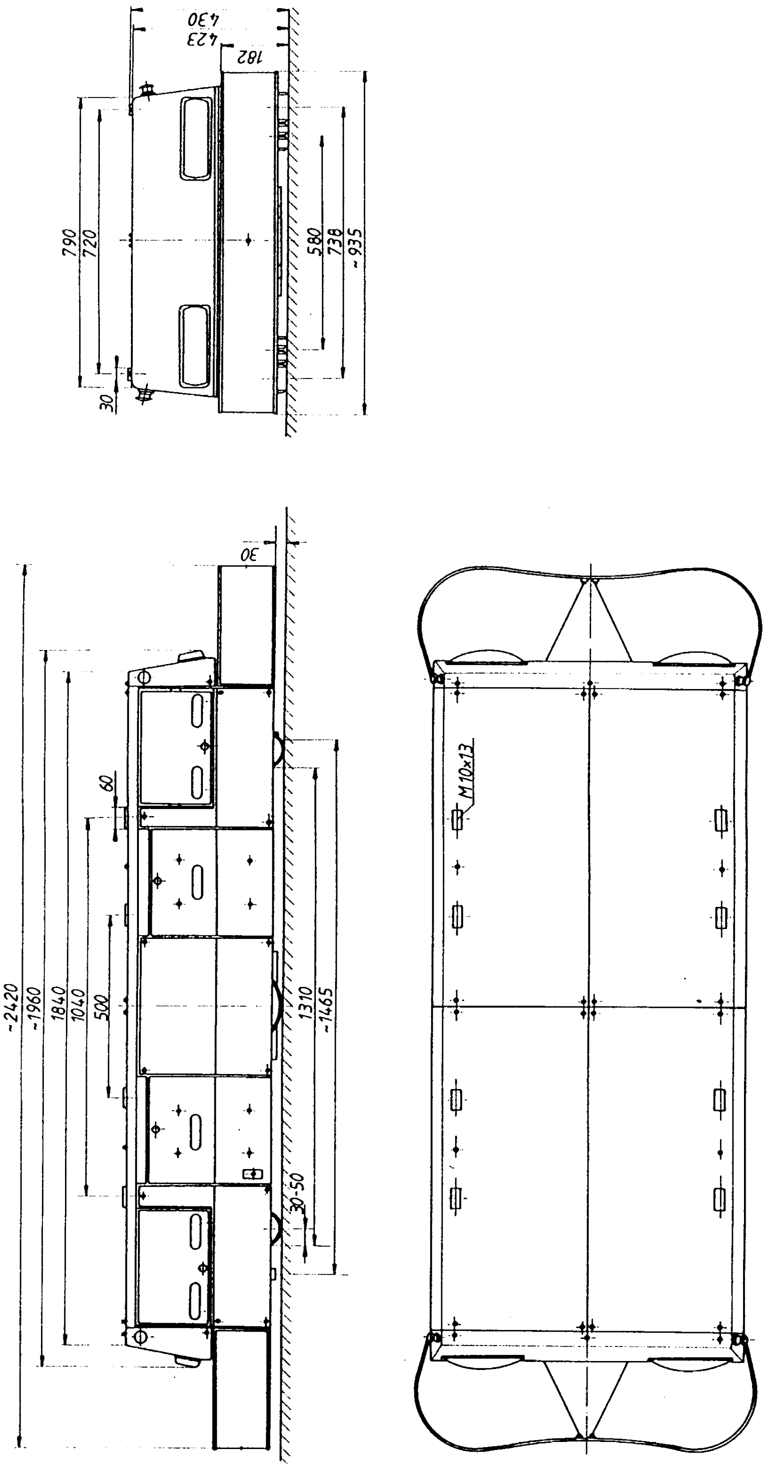
3.2/a ábra

A kialakított rugalmas anyagmozgató rendszer fõbb elemei:
- felrakógépes tálcás magasraktár
- hajtott reverzálható görgõsoros átadórendszer
- portálrobot
- vezetõnélküli targonca

A vezetõnélküli targonca feladata az, hogy a felrakógépes tálcás magasraktár és a portálrobot között egységrakományokat szállítson. Az egységrakományok targoncára helyezését, illetve levételét mindkét berendezés mellett hajtott reverzálható görgõsoros átadórendszer végzi.
Az egyes berendezések mûködését (a portálrobot kivételével) PLC-k vezérlik.

A vezetõnélküli targonca ROBOPLAN-VILATI együttmûködésben készült kísérleti darab. A ROBOPLAN a jármû acélszerkezetét és mechanikáját gyártotta (3.2/b ábra), a VILATI pedig a nyomkövetõ, hajtásvezérlõ és környezeti kommunikációs elektronikát készítette.

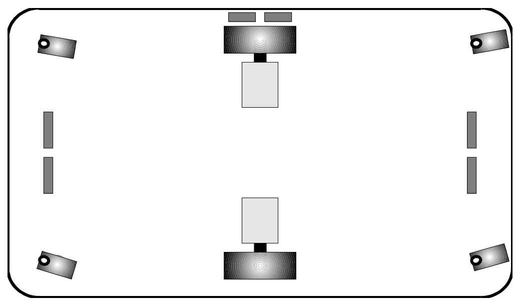
© Kovács, Szilveszter:
Fuzzy logic control, M.Phil. theses, Technical University of Budapest, Faculty of Informatics and Electrical Engineering, Budapest, Branch of Computer Science, p.116, (1993).



3.2/b ábra

A targonca induktív nyomkövetõ rendszere [24] négy különbözõ frekvenciájú vezetõjelet képes megkülönböztetni ("V" Szûrõ). Az egyes frekvenciák a különbözõ induktív nyomvonalakat jelölik. A targonca tevékenységét, illetve azt, hogy melyik vonalon induljon el, PLC határozza meg. Az induktív nyomvonalakat (vezetékeket) a kiszolgálandó berendezéseknek megfelelõen a laboratórium padlózatába építették (3.2/a ábra). A targoncára telepített PLC az egyes állomásokba épített infravörös csatolókon keresztül kapja meg a rendszert vezérlõ számítógéptõl a következõ állomásig vezetõ utat leíró adatokat (a pályára jellemzõ frekvencia, sebesség stb.). Az állomásról kiindulva a PLC ezen adatok alapján irányítja a targonca mozgását.

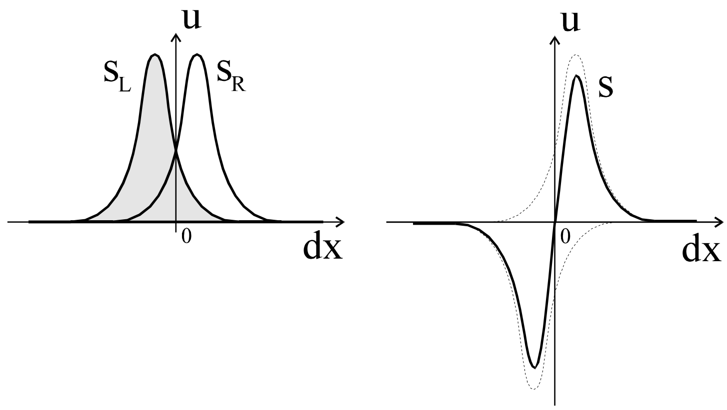
A vezetõnélküli targoncát tankhajtással látták el. A tankhajtás ebben az esetben azt jelenti, hogy mindössze a targonca hossztengelyére merõlegesen kétoldalt elhelyezett kerék hajtott, a többi (a targonca négy sarkán) csak támasztási feladatot lát el (3.2/c ábra).



3.2/c ábra

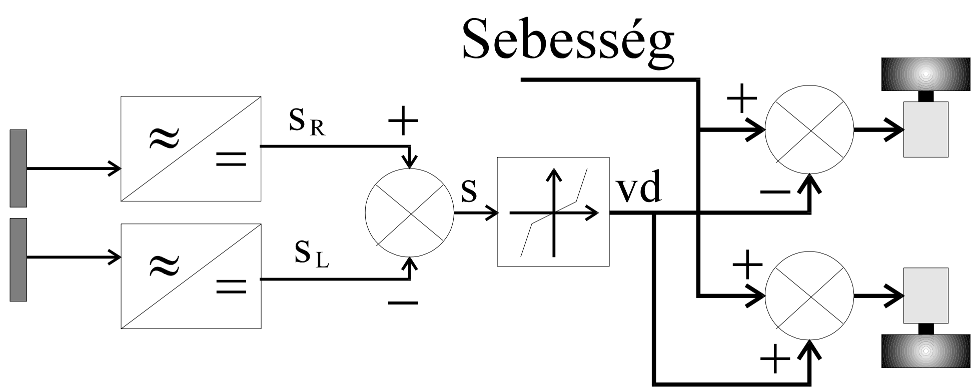
A tankhajtásból adódóan a targonca jó manõverezõképességgel rendelkezik (pl. képes egyhelyben megfordulni), azonban mozgásképessége korlátozott, hiszen csak olyan pályán képes haladni, melynek középpontja mindig a hajtott tengelyek vonalára esik. (Ezt a tényt a pálya kijelölésekor is figyelembe kell venni.)
A tengelyeket sebességszabályzással ellátott impulzusvezérlésû egyenáramú motorok hajtják [24].
Az induktív pálya jelét a targonca alján, a menetirány szeirnti végén elhelyezett, a pálya vonalára merõleges antennapár érzékeli (3.2/c ábra). A targonca mindkét végén található antennapár. Azt, hogy az antennapárok közül melyik legyen aktív, a PLC határozza meg a menetiránytól függõen.
Az antennák jelei erõsítõre, majd a PLC által kiválasztott nyomvonalnak megfelelõen hangolt sáváteresztõ szûrõkre kerülnek. A szûrõk kimenõ jeleit egyenirányítják, majd kivonják egymásból. Az így kapott különbségi jel nagysága, illetve elõjele egy szûk tartományban arányos a követendõ nyomvonal és az antennák középpontjának távolságával (3.2/d ábra).

© **Kovács, Szilveszter:**
Fuzzy logic control, M.Phil. theses, Technical University of Budapest, Faculty of Informatics and Electrical Engineering, Budapest, Branch of Computer Science, p.116, (1993).



3.2/d ábra

Az antennák különbségi jele - követési hibajel - alapján állítja elõ a nyomkövetést irányító egység ([24] "alapjelképzõ") a meghajtó motorok sebességét meghatározó szabályzójelet.
Az alapjelképzõ a hibajellel arányos P szabályzást valósít meg (3.2/e ábra). Átviteli függvénye nem lineáris, diódák segítségével egytöréspontos karakterisztikát alakítottak ki (nagyobb hiba esetén még nagyobb kormányjel).



3.2/e ábra

Az alapjelképzõ által elõállított beavatkozójel (kormányjel), egy a PLC által meghatározott sebességi jelhez adódik, illetve vonódik ki belõle. (A sebességet a követendõ pálya jellemzõi alapján közli az állomás az út meghatározása során a PLC-vel.)
Az egyik oldalon a motorok sebesség szabályozása így a kormányjellel növelt, míg a másik oldalon csökkentett szabályzó jelet kap - a targonca a kormányjellel arányosan elfordul, miközben megtartja a PLC által kiválasztott átlagos sebességet.

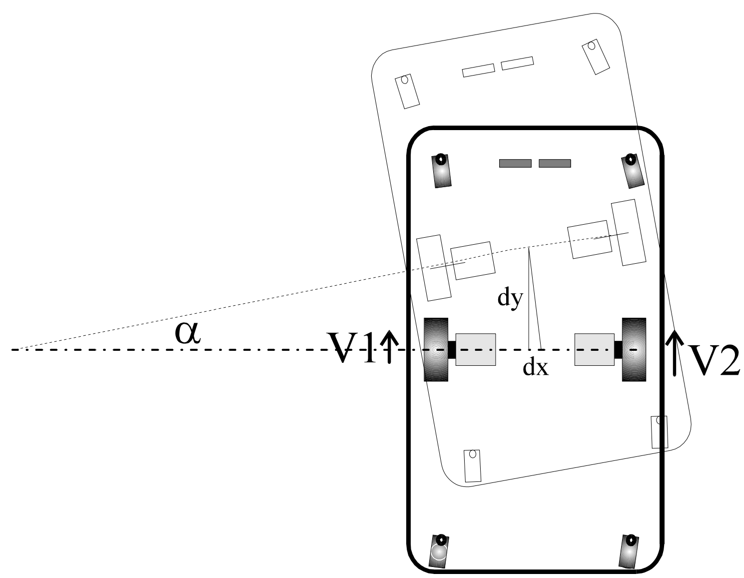
A feladatom ezen alapjelképzõ egység fuzzy logikai irányítással való kiválthatóságának tanulmányozása volt.

3.2.1 <u>**Az irányítani kívánt folyamat meghatározása**</u>

© **Kovács, Szilveszter:**
Fuzzy logic control, M.Phil. theses, Technical University of Budapest, Faculty of Informatics and Electrical Engineering, Budapest, Branch of Computer Science, p.116, (1993).

A fuzzy logikai irányítás tanulmányozása érdekében el kellett készítenem a targonca szimulált modelljét.
A viszonylag pontos fizikai modell elkészítéséhez nem álltak rendelkezésre a sebességvezérelt hajtásszabályzás adatai, ezért azt ideálisnak tekintettem. Továbbá végtelen nagynak (csúszásmentesnek) vettem a kerekek és a talaj közötti súrlódási tényezõt.
Ilyen feltételezések mellett közelítõ fizikai modellként elégséges a tankhajtás sajátosságainak matematikai leírását vizsgálni (3.2.1/a ábra).

<u>A szimulált berendezés közelítõ mozgása</u>:



3.2.1/a ábra

Felírva a rendszerre a mozgás kötöttségére vonatkozó egyenleteket, a következõ összefüggést kapjuk:

$$dx = dt^2(v_1+v_2)(v_2-v_1)/(4d)$$
$$dy = dt(v_1+v_2)/2 - dt^3(v_1+v_2)(v_2-v_1)^2/(12d^2)$$
$$d\alpha = dt\cdot 2\cdot(v_2-v_1)/d \quad ,$$

ahol:

- v_1 : bal kerék sebessége
- v_2 : jobb kerék sebessége
- d : a két kerék távolsága
- dt : idõegység
- dx : idõegység alatti elmozdulás x irányba
- dy : idõegység alatti elmozdulás y irányba
- $d\alpha$: idõegység alatti szögváltozás

Bevezetve

az eredõsebességet: $vr = (v_1+v_2)/2$

és a különbségi sebességet: $vd = v_2-v_1$

$$dx = dt^2 \cdot vr \cdot vd/(2d)$$
$$dy = dt \cdot vr - dt^3 \cdot vr \cdot vd^2/(6d^2)$$
$$d\alpha = dt \cdot 2 \cdot vd/d$$

Az antennákon mérhetõ jelszint (feltételezve, hogy a jelszint lineárisan csökken a nyomvonal és az antenna távolságának növekedésével):

$$s = (md-d) \cdot ms/md \quad ,$$

ahol:

ms : maximális jelszint, ha az antenna a nyomvonal felett van

md : maximális távolság, ahol még vehetõ a követendõ nyom jele

d : az antenna és a nyomvonal távolsága

s : az antennán mérhetõ jelszint

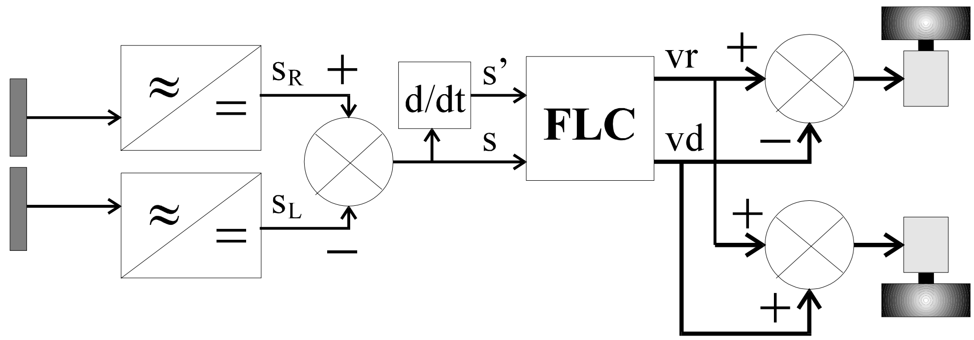
A vezetõjel (hiba) a két antennajel különbsége:

$$s = s_R - s_L$$

3.2.2 A fuzzy logikai irányítóberendezés

A targonca mozgását megfigyelve arra a következtetésre jutottam, hogy javítható annak nyomkövetõ képessége, ha az irányítóberendezés a kormányjelen (vd) kívül a sebességjelet (vr) is változtatja. Így amennyiben az irányítóberendezés képessé tehetõ a pálya pillanatnyi jellemzõinek vizsgálatára (görbületi sugár), úgy adaptívan választhatja meg az ehhez leginkább alkalmas utazási sebességet (vr).
A pálya görbületi sugarára jellemzõ adatot legegyszerûbben a vezetõjel idõbeli változásának vizsgálatával nyerhetünk. (PD szabályzás)

Összegezve a fuzzy logikai irányítás (**FLC**) szemszögébõl tehát az **s** vezetõjel (hiba) és az **s’** vezetõjel-változás (hiba változás) változók megfigyelések, a hozott következtetés pedig a **vd** különbségi sebesség és a **vr** eredõsebesség referencia jelek (3.2.2/a ábra).



3.2.2/a ábra

Az **s'** vezetõjel-változás a fuzzy logikai irányítás realizációjától függõen vagy külön derivátor áramkörrel (d/dt) állítható elõ, vagy az irányítóberendezésbe épített algoritmussal számítható a vezetõjelbõl.

Az irányítóberendezés elemei a 3.1 példához hasonlóan a megvalósítás lépéseinek sorrendjében kerülnek említésre.

3.2.2.1 <u>**Fuzzifikáló interfész**</u>

Az elõzõ mintapéldához hasonlóan a modellbõl nyert megfigyeléseket itt is konkrét, bizonytalanságtól mentes értékeknek tekintettem és az alaphalmazokat folytonos univerzumokként kezeltem.
A kompozíciós módon történõ döntéshozatal miatt szükségtelen az univerzumok normalizálása.
A fuzzifikáló interfész feladata így mindössze a megfigyelések egyértékû (egyetlen elemû) fuzzy halmazokká alakítása (2.1.1).

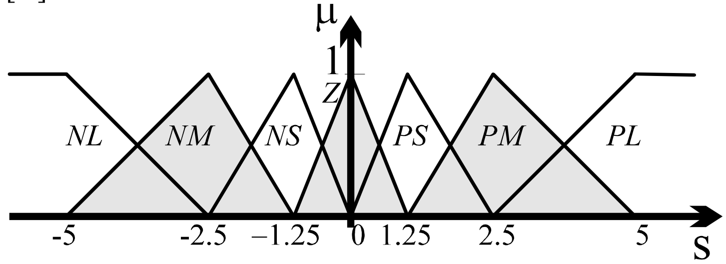
3.2.2.2 <u>**Nyelvi változók kialakítása (adatbázis)**</u>

A megfigyelés és következtetés alaphalmazokat folytonos számértékeknek tekintettem. A nyelvi értékek meghatározása során a 3.1 példánál leírt módon a megfigyelés- és következtetés-univerzumokon 0.5-fedõ felbontást alakítottam ki (kompozíciós döntéshozatal). Az értelmezési tartományokat a pontosabb leírás érdekében mind a megfigyelés- (x, x'), mind a következtetés- (vd, vr) univerzumok esetén hét fuzzy halmazra (nyelvi értékre) bontottam.

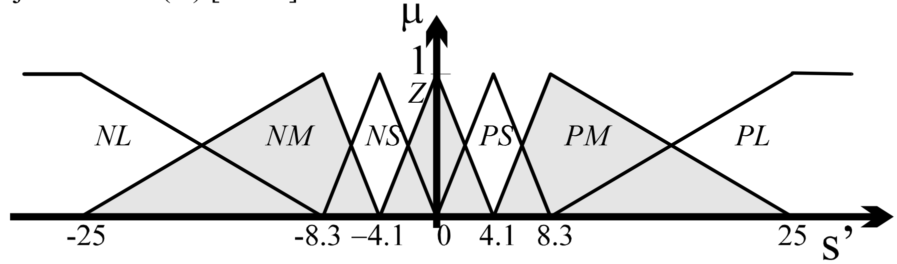
© Kovács, Szilveszter:
Fuzzy logic control, M.Phil. theses, Technical University of Budapest, Faculty of Informatics and Electrical Engineering, Budapest, Branch of Computer Science, p.116, (1993).

Az egyes nyelvi fuzzy változók a nyelvi értékek megválasztása után (2.1.2):

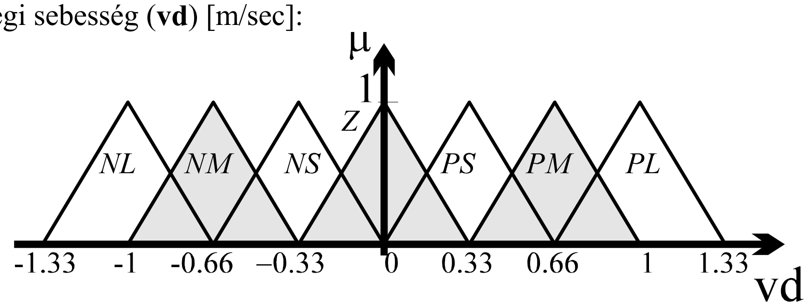
Vezetõjel (**s**) [V]:



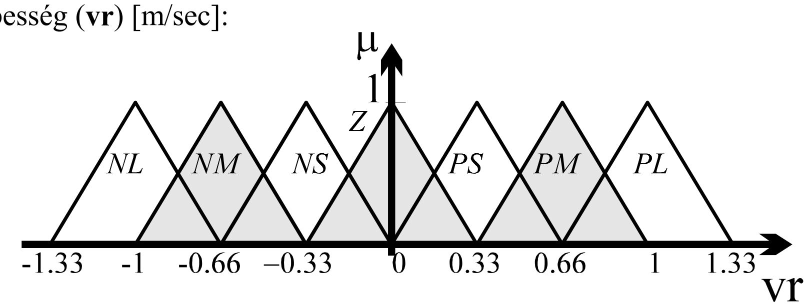
Vezetõjel-változás (**s’**) [V/sec]:



Különbségi sebesség (**vd**) [m/sec]:



Eredõsebesség (**vr**) [m/sec]:



A nyelvi értékek (elsõdleges fuzzy halmazok) neveinek jelentése:

NL : negatív nagy
NM : negatív közepes
NS : negatív kicsi
Z : nulla
PS : pozitív kicsi
PM : pozitív közepes
PL : pozitív nagy

3.2.2.3 **Szabálybázis**

A fuzzy logikai irányítóberendezésnek két megfigyelés alapján két döntést kell hoznia. A szabálybázis szabályai ennek megfelelõen két antecedensbõl és két konzekvensbõl állnak.

Az i.szabály formátuma (2.1.3):
R_i :

Ha $s=A_{1,i}$ **És** $s'=A_{2,i}$
Akkor
$vd=B_{1,i}$
$vr=B_{2,i}$

A "szakértõi tudás" alapján (2.1.3) nyert szabályok mátrix alakban, konzekvensenként külön ábrázolva:

R_{vd} :

s' = \ s =	*NL :*	*NM :*	*NS :*	*Z :*	*PS :*	*PM :*	*PL :*
NL :	*NL*	*NL*	*NL*	*NL*	*NL*	*NL*	*NM*
NM :	*NL*	*NL*	*NM*	*NM*	*NM*	*NM*	*NS*
NS :	*NL*	*NM*	*NS*	*NS*	*NS*	*NS*	*Z*
Z :	*NS*	*Z*	*Z*	*Z*	*Z*	*Z*	*PS*
PS :	*Z*	*PS*	*PS*	*PS*	*PS*	*PM*	*PL*
PM :	*PS*	*PM*	*PM*	*PM*	*PM*	*PL*	*PL*
PL :	*PM*	*PL*	*PL*	*PL*	*PL*	*PL*	*PL*

R_{vr} :

s' = \ s =	*NL :*	*NM :*	*NS :*	*Z :*	*PS :*	*PM :*	*PL :*
NL :	*Z*	*Z*	*Z*	*Z*	*PS*	*PS*	*PM*
NM :	*Z*	*Z*	*PS*	*PS*	*PM*	*PM*	*PL*
NS :	*PS*	*PS*	*PM*	*PM*	*PL*	*PL*	*PL*
Z :	*PM*	*PM*	*PL*	*PL*	*PL*	*PM*	*PM*
PS :	*PL*	*PL*	*PL*	*PM*	*PM*	*PS*	*PS*
PM :	*PL*	*PM*	*PM*	*PS*	*PS*	*Z*	*Z*
PL :	*PM*	*PS*	*PS*	*Z*	*Z*	*Z*	*Z*

pl.

Ha $s = NS$ **És** $s' = PL$ **Akkor** $vd = PL$, $vr = PS$

Olvasva:
Ha a vezetõjel negatív kicsi és a vezetõjel-változás pozitív nagy, akkor a különbségi sebesség legyen pozitív nagy, az eredõsebesség pedig pozitív kicsi.

3.2.2.4 **Döntéshozó logika**

Döntéshozatalra a 3.1 példával azonos módon Zadeh-féle min-max kompozíciós fuzzy következtetést alkalmaztam.
A kompozíciós fuzzy következtetés azért kedvezõ ebben az esetben, mert számítási komplexitása viszonylag alacsony (2.3), és a hozzá szükséges lefedõ szabálybázis minden nehézség nélkül biztosítható. (2.1.4.1 , 2.3)
Az egyedüli eltérés a két konzekvensbõl adódik. A döntéshozatal itt két összevont antecedens kiértékelésû egykonzekvensû döntéshozatalból tevõdik össze (2.1.4.1).

3.2.2.5. **Defuzzifikáló interfész**

A döntéshozatal eredményeként kapott következtetés fuzzy halmaz defuzzifikálására, a 3.1 példával analóg módon a súlypontkeresés módszert választottam. A defuzzifikálás gyorsításának érdekében itt is egyszerûsített súlypontkeresést alkalmaztam (2.1.5.1/e ábra). Az eltérés mindössze annyi, hogy itt nem egy, hanem két fuzzy következtetés szerepel, ezért ezekre külön-külön el kell végezni a defuzzifikálást.
Mivel az adatbázisban leírt következtetés-univerzumok nem normalizáltak (3.2.2.2), ezért a defuzzifikálás során kapott értékek megfelelnek a beavatkozójel számértékeinek.

3.2.3 **A szimulációs program kezelése**

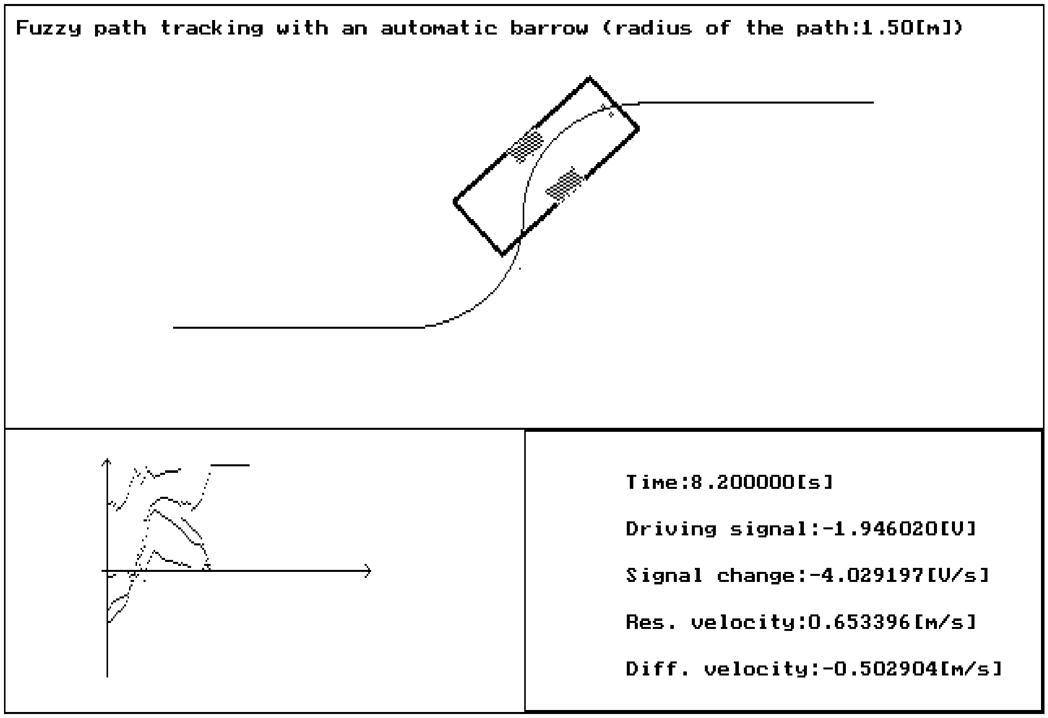
A program C nyelven íródott, a Borland Graphics Interface (BGI) könyvtár eljárásainak felhasználásával.
Az alkalmazott könyvtári elemek specifikussága miatt (a "villogásmentes" animáció érdekében egymást fedõ képernyõlapok használata) a program csak IBM EGA kompatibilis képernyõ-vezérlõkártyával rendelkezõ IBM PC kompatibilis számítógépen futtatható.

A program neve: **BARROW.EXE**

Szükséges környezet: **EGAVGA.BGI**
eljárásgyûjtemény a programmal azonos könyvtárban

Indítása:
A program nevének leírásával (**BARROW**) indítható (**DOS**)

Mûködtetése:
A program indítása után folytonosan fut a szimuláció (3.2.3./a ábra).



3.2.3./a ábra

A képernyõ felsõ részén a targonca és a követendõ nyomvonal vázlatos képe látható. A kép legtetején olvasható a pálya görbületi sugara. A targonca a pályán addig mozog, amíg el nem éri a végét, vagy le nem tér arról (az antennajel zérus). A program a pálya végét egy, a pályavesztést három hangjelzéssel jelöli. A képernyõ jobb alsó sarkában a szimulált idõ, a vezetõjel, a vezetõjel-változás, az eredõsebesség és a különbségi sebesség számértékei kerültek feltüntetésre. A képernyõ bal alsó sarkában a jobb oldalon megjelenített változók közül (a számártékekkel azonos színben) a vezetõjel, a vezetõjel-változás, az eredõsebesség és a különbségi sebesség látható grafikus formában, a szimulált idõ függvényében.

Kezelõszervek:

ESC : a program abortálása

→ : a pálya ívének 0.1 méterrel való csökkentése
és a targonca alapállapotba hozása

← : a pálya ívének 0.1 méterrel való növelése
és a targonca alapállapotba hozása

r,R : a targonca alapállapotba hozása

3.2.4 **Gyakorlati tapasztalatok**

Annak érdekében, hogy az eredményeket összevethessem az eredeti szabályzással (alapjelképzõ egység), a fuzzy irányítóberendezés mellett annak a modelljét is el kellett készítenem.

A kísérletek során ugyanazon targonca modellt vizsgáltam a fuzzy logikai irányítással és az eredeti szabályzó modelljével.

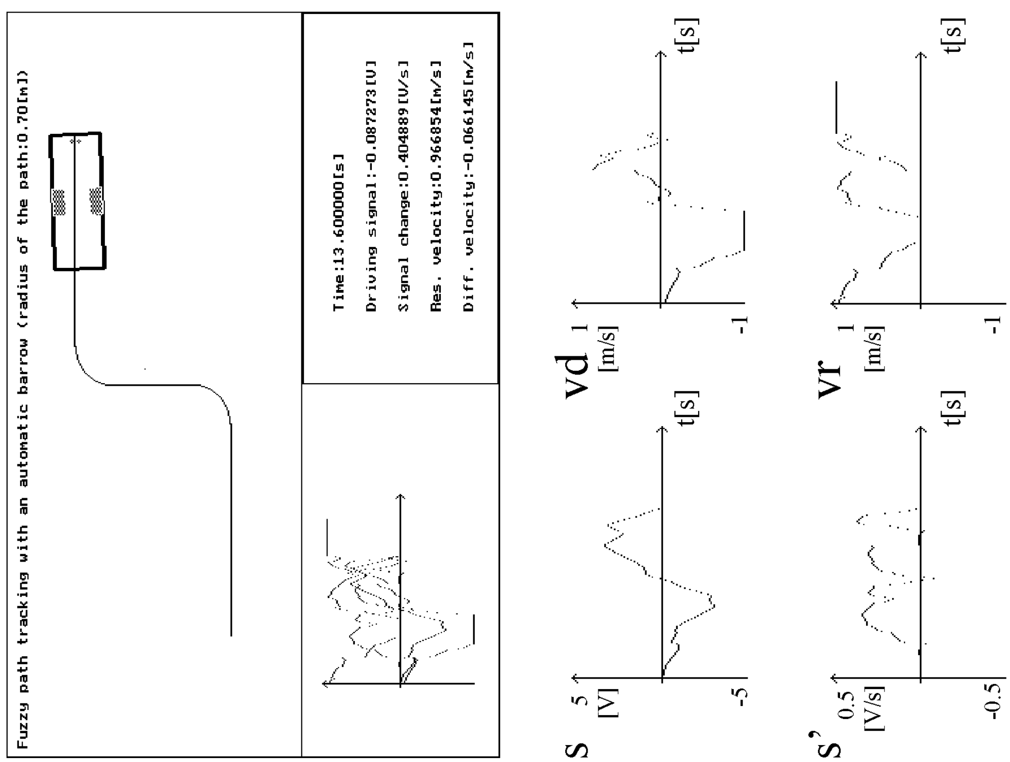
Összevetve a kapott eredményeket:

- fuzzy logikai irányítás alkalmazása esetén a targonca rövidebb idõ alatt futja be a teljes pályát (3.2.4/a ábra: fuzzy 13.6s , 3.2.4/b: ábra eredeti 18.56s)
- a pályakövetés abszolút hibája (vezetõjel) kisebb fuzzy irányítás esetén (3.2.4/a - 3.2.4/b ábrák)
- jobban képes követni a pálya görbületeit a fuzzy irányítású targonca az eredeti szabályzáshoz képest (3.2.4/c - 3.2.4/d ábrák)

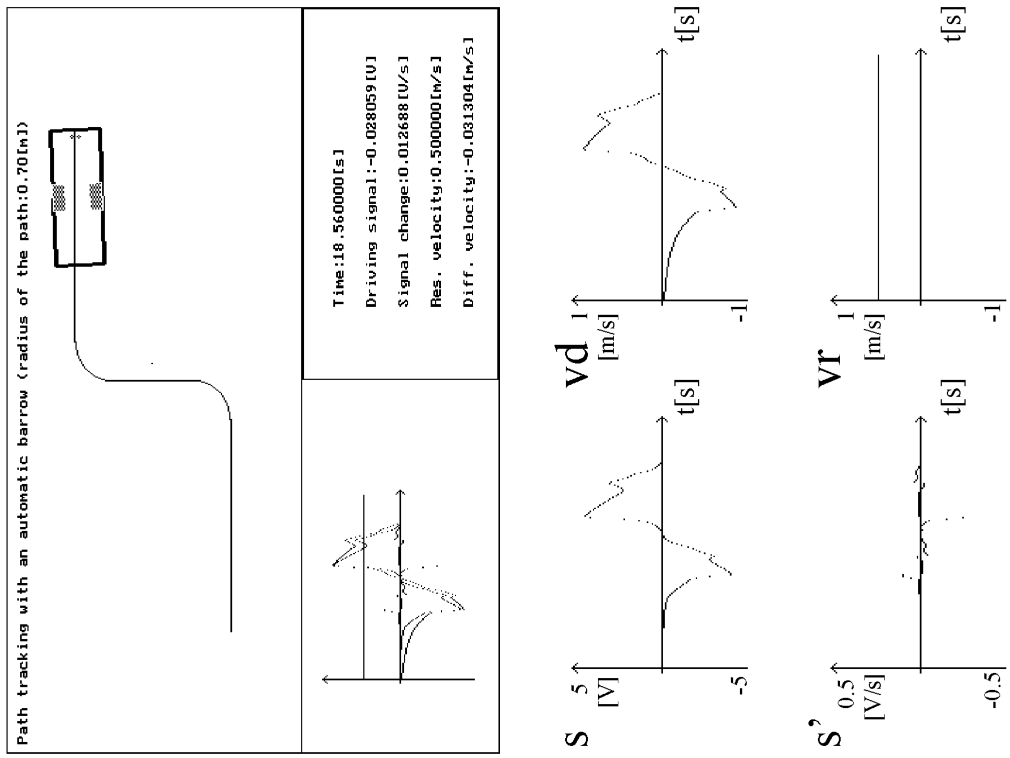
Ábrák:

3.2.4/a	fuzzy logikai irányítás, maximális pályagörbületi sugár: 0.7m
3.2.4/b	eredeti szabályzás, maximális pályagörbületi sugár: 0.7m
3.2.4/c	fuzzy logikai irányítás, maximális pályagörbületi sugár: 0.6m
3.2.4/d	eredeti szabályzás, maximális pályagörbületi sugár: 0.6m

© Kovács, Szilveszter:
Fuzzy logic control, M.Phil. theses, Technical University of Budapest, Faculty of Informatics and Electrical Engineering, Budapest, Branch of Computer Science, p.116, (1993).

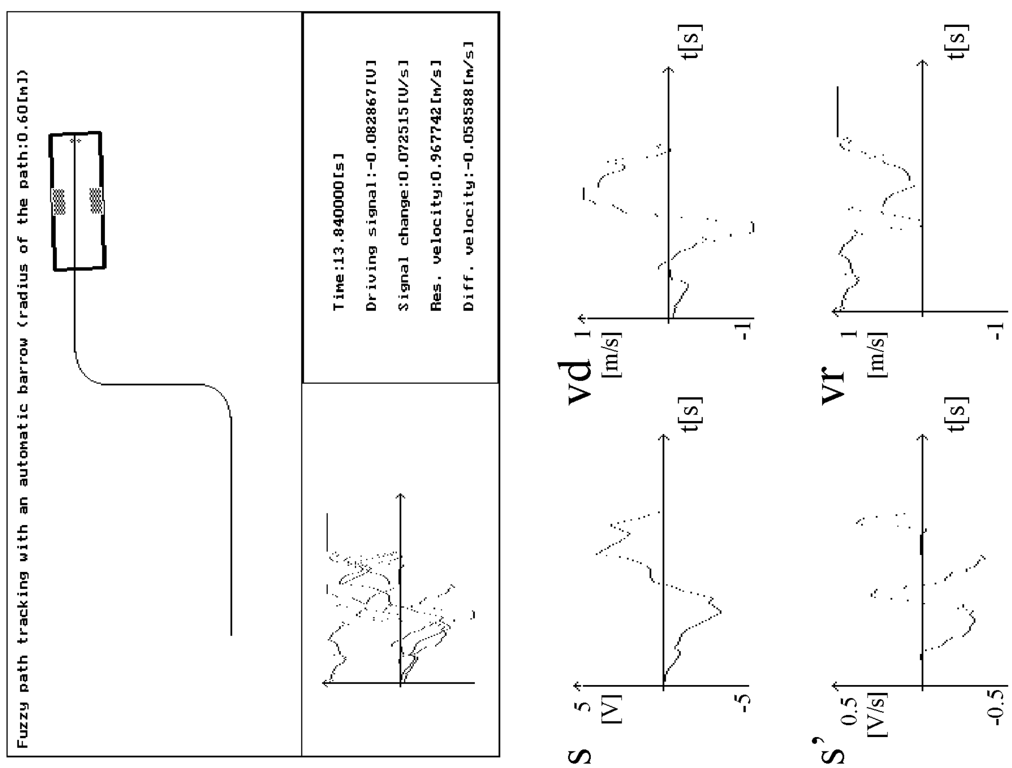


3.2.4/a ábra

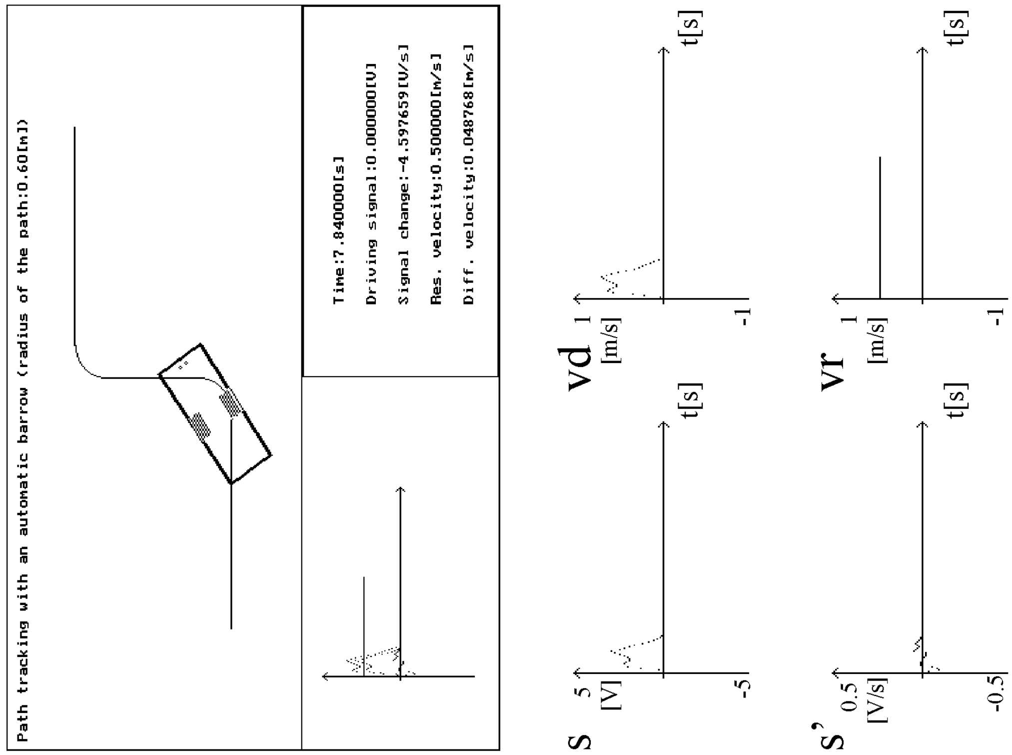


3.2.4/b ábra

© Kovács, Szilveszter:
Fuzzy logic control, M.Phil. theses, Technical University of Budapest, Faculty of Informatics and Electrical Engineering, Budapest, Branch of Computer Science, p.116, (1993).



3 2 4/c ábra



3 2 4/d ábra

<u>**Következtetések**</u>:

A fuzzy logikai irányítású targonca nagyobb átlagsebessége és pályakövetõ képessége az adaptív sebességválasztással magyarázható.
Az eredeti vezérlés esetén a targonca lassabban kénytelen haladni olyan pályaszakaszokon is, ahol ezt a pálya görbületi sugara nem teszi szükségessé. (A PLC mindig a pálya teljes bejárására alkalmas legmagasabb sebességet adja meg.) (Természetesen amennyiben az eredeti szabályzás PD tipusú lenne és az eredõsebességet is szabályozná, úgy az is jobb eredményeket érne el.)

A fuzzy irányításnak nagy **elõnye** az eredeti szabályozással szemben az egyszerû **átkonfigurálhatóság**. A modellben ugyan nem szerepeltek (ezért itt nem is vizsgálhattam), de nagyon lényegesek a targonca egyéb fizikai paraméterei, pl. tehetetlenségi nyomaték, maximális hajtóerõ, súrlódási tényezõ stb. Ezek nagymértékben függenek a rakománytól (a maximális rakomány súlya a targonca súlyának kb. kétszerese) és a targonca állapotától (pl. lemerülõfélben lévõ akkumulátorok). Ezen adatok ismeretében a targonca fedélzeti számítógépe, vagy a rakományt felhelyezõ állomás módosíthatja a targonca irányítását meghatározó tudásbázist (szabálybázis és nyelvi értékek), optimalizálva ezzel a targonca átlagos utazási sebességét (minimalizálva a szállítási idõt).
Másik lényeges szempont lehet a rakomány típusának figyelembevétele. Egyes rakománytipusok speciális kezelést igényelnek (pl. maximális gyorsulás). Az anyagmozgató rendszer rugalmassága miatt elõfordulhat, hogy egy munkafolyamaton belül a targonca más-más kezelést igénylõ rakományt szállít. Ebben az esetben a rakodást végzõ állomás láthatja el a targoncát vezérlõ számítógépet a tudásbázis módosításához szükséges információval, vagy egyszerûen közvetlenül módosíthatja a fuzzy logikai irányítás tudásbázisát.

© **Kovács, Szilveszter:**
Fuzzy logic control, M.Phil. theses, Technical University of Budapest, Faculty of Informatics and Electrical Engineering, Budapest, Branch of Computer Science, p.116, (1993).

4. A fuzzy logikai irányítás gyakorlati megvalósításának lehetõségei

A döntéshozatal megvalósítása szempontjából a fuzzy logikai irányítóberendezések két nagy csoportba sorolhatók:

- digitális számítógéppel megvalósított fuzzy döntéshozatal
- fuzzy logikai áramkörökkel megvalósított döntéshozatal

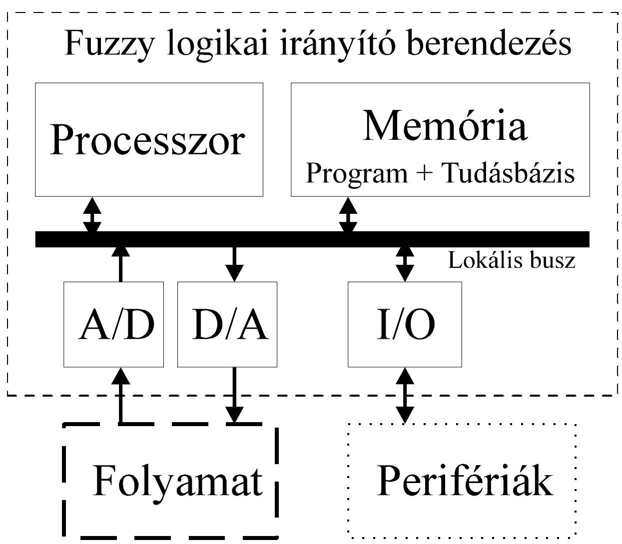
4.1 Fuzzy döntéshozatal digitális számítógéppel

Kézenfekvõ lehetõség a fuzzy logikai irányítás megvalósítására, a döntéshozó algoritmus **általános célú digitális számítógép**en való végrehajtása. Az irányítani kívánt folyamat és a számítógép kapcsolatát be/kimeneti perifériák, valamint jelkondicionálók biztosítják [3], [19], [20], [25], [26], [27].

4.1.1 Fuzzy döntéshozatal általános célú digitális számítógéppel

Az alkalmazott számítógép a feladattól függõen lehet önálló számítógép (pl. ipari folyamatirányítás), vagy az irányítóberendezésbe épített mikroprocesszor (pl. [19], [20], [26], [27]).

pl. mikroprocesszorra épülõ fuzzy logikai irányítóberendezés tipikus felépítése:



4.1.1/a ábra

A fuzzy logikai döntéshozó algoritmus minden lépését a számítógép processzora hajtja végre szekvenciálisan.

Ha a döntéshozó algoritmus tartalmaz párhuzamosítható elemeket (pl. több megfigyelés egyidejû fuzzifikálása), akkor annak végrehajtási sebessége több-processzoros architektúra kialakításával növelhetõ (pl. szorosan csatolt processzorrendszer kialakítása).

Az **általános célú digitális számítógép**pel realizált fuzzy logikai irányítóberendezés **jellemzõi**:

- egyszerû kialakítás
- rugalmasság
- nagy kapacitás
- alacsony ár
- alacsony sebesség

A meglévõ irányítóberendezések egy része (amelyek korábban általános célú digitális számítógépre épültek) viszonylag **egyszerûen átalakítható** fuzzy logikai irányítóberendezéssé a fuzzy döntéshozó algoritmus, illetve a tudásbázis implementálásával.
A számítógép általános volta miatt az irányítóberendezés **rugalmas**. A változó igényeknek megfelelõen egyszerûen átkonfigurálható (perifériák átrendezése, módosítása), bõvíthetõ (további erõforrások hozzáadása).
Az erõforrások gyakorlatilag **korlátlan bõvíthetõség**e miatt (ha ezt a konkrét architektúra lehetõvé teszi) a tudásbázis mérete tetszõleges mértékben növelhetõ, nem szabnak határt a technológia korlátai (gyakorlati korlát lehet azonban a maximális megengedett válaszidõ).
A nagy szériában gyártott általános célú számítógépelemek miatt ennek a megoldásnak a **legalacsonyabb az ár**a.
A döntéshozó algoritmus szekvenciális végrehajtása, illetve a szimulált fuzzy logikai mûveletek miatt itt a **legalacsonyabb** a döntéshozás **sebesség**e.
Valósidejû alkalmazás esetén kritikus szempont a válaszidõ, ilyen esetekben más, rövidebb válaszidejû realizációját célszerû választani a fuzzy logikai irányításnak.

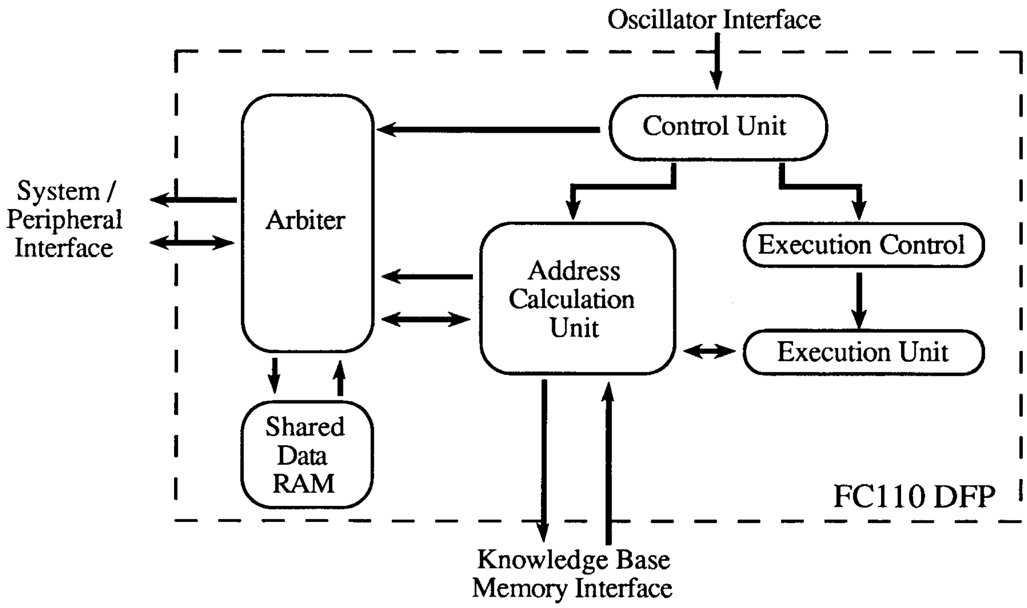
Tovább növelhetõ a fuzzy logikai döntéshozatal sebessége speciális **<u>feladatorientált digitális fuzzy processzor</u>** alkalmazásával.

4.1.2 **<u>Fuzzy döntéshozatal feladatorientált digitális fuzzy processzorral</u>**

A **digitális fuzzy processzor** olyan Neumann, vagy Havard architektúrájú digitális processzor, melynek utasításkészletét és adatstruktúráját a fuzzy logikai halmazmûveletek végzésének megfelelõen alakították ki.
Némely digitális fuzzy processzor az egylapkás mikrogépekhez hasonlóan perifériákat is tartalmaz (pl. analóg és digitális be/ kimenetek). Az ilyen egylapkás digitális fuzzy processzor minimális számú külsõ alkatrész hozzáépítésével már képes valamely folyamat önálló irányítására (pl.[28]).

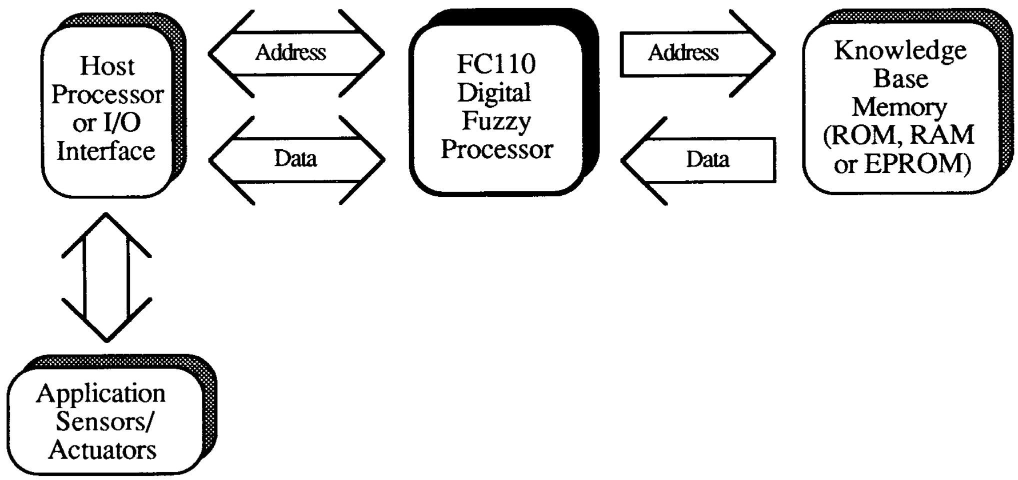
© **Kovács, Szilveszter:**
Fuzzy logic control, M.Phil. theses, Technical University of Budapest, Faculty of Informatics and Electrical Engineering, Budapest, Branch of Computer Science, p.116, (1993).

pl. FC110 Havard architektúrájú digitális fuzzy processzor 4.1.2/a ábra [28]:



4.1.2/a ábra [28]

Az FC110 digitális fuzzy processzor a Togai InfraLogic, Inc. terméke [28]. Olyan feladatorientált Havard processzor, melynek adattípusait és utasításkészletét speciális, fuzzy logikai döntéshozatalhoz szükséges elemekkel egészítették ki. (pl. nyelvi érték fuzzy halmaz, szabály adattípusok; fuzzy szabály antecedens kiértékelés, súlypont és maximális tagsági érték kereséses defuzzifikáló utasítások) A processzor e mellett rendelkezik még néhány, az általános célú processzoroknál megszokott adattípussal, címzési móddal és utasítással (pl. CMP, ADD, SUB stb.).
A processzor Havard architektúrájú, külön kód-, és adatbuszokkal rendelkezik (4.1.2/a ábra). A kódbuszhoz kapcsolódó külsõ memória szolgál a tudásbázis és a mûködtetõ program tárolására (max. 64Kszó méretû, egy szó 16 bit) (4.1.2/b ábra).



4.1.2/b ábra [28]

A processzor az adatbuszon keresztül képes kommunikálni a perifériákkal (megfigyelések, következtetések), illetve ezen keresztül érhetõ el más külsõ rendszer számára belsõ kétkapus memóriája (szorosan csatolt együttmûködés).
A digitális fuzzy processzor nagy elõnye, hogy ROM-ban tárolt mûködtetõ programmal és tudásbázissal, valamint be/kimeneti perifériával kiegészítve önmagában is alkalmas fuzzy logikai irányításra. Ugyanakkor több processzor felhasználásával szorosan csatolt processzorrendszer is kialakítható belõle (párhuzamos feldolgozás - nagyobb sebesség).

Az FC110 DFP processzor alacsony fogyasztású CMOS VLSI áramkörként került forgalomba [28].
Sebessége kb. 100000 fuzzy szabálykiértékelés másodpercenként.
A megfigyelések, következtetések és fuzzy tagsági értékek ábrázolási pontossága 8 bit.
Egy tagsági függvény maximum 256 elemével ábrázolható.

A **feladatorientált digitális fuzzy processzor**ral realizált fuzzy logikai irányítóberendezés **jellemzõi**:
- egyszerû kialakítás
- rugalmasság
- közepes kapacitás
- közepes ár
- közepes sebesség

Alkamazásával valamely konkrét feladatra kisszámú alkatrész felhasználásával viszonylag **egyszerû**en alakítható ki önálló fuzzy logikai irányítóberendezés. **Alkatrészigénye** alacsonyabb, a döntéshozatal sebessége **gyorsabb** az általános célú számítógép felhasználásával készített fuzzy logikai irányítóberendezésnél (a feladatorientált felépítésnek köszönhetõen).

© Kovács, Szilveszter:
Fuzzy logic control, M.Phil. theses, Technical University of Budapest, Faculty of Informatics and Electrical Engineering, Budapest, Branch of Computer Science, p.116, (1993).

A tudásbázis és a mûködtetõ program egyszerû módosíthatósága miatt a digitális fuzzy processzor felhasználásával kialakított irányítóberendezés **rugalmas**. (A változó igényeknek megfelelõen egyszerûen átkonfigurálható.)
Kapacitásának határt szab speciális felépítése, azonban több egység párhuzamos mûködtetése esetén ez is tovább bõvíthetõ.
A közepes szériában gyártott eszköz **ára** magasabb az általános célú számítógép elemeknél.

4.2 Fuzzy halmazmûveletek áramköri megvalósítása

A fuzzy logikai halmazmûveletek megvalósítása során alapvetõ kérdés a folytonos tagsági értékek ábrázolásának módja.

Az egyik megoldás szerint folytonos áram-, illetve feszültségtartományra képezzük le a tagsági értékek ábrázolásához szükséges [0,1] intervallumot. Míg a másik megoldás annak diszkrét értékekre bontott digitális ábrázolása.
Mind a két megoldásra található példa a gyakorlati fuzzy logikai irányítóberendezés megvalósítások között.

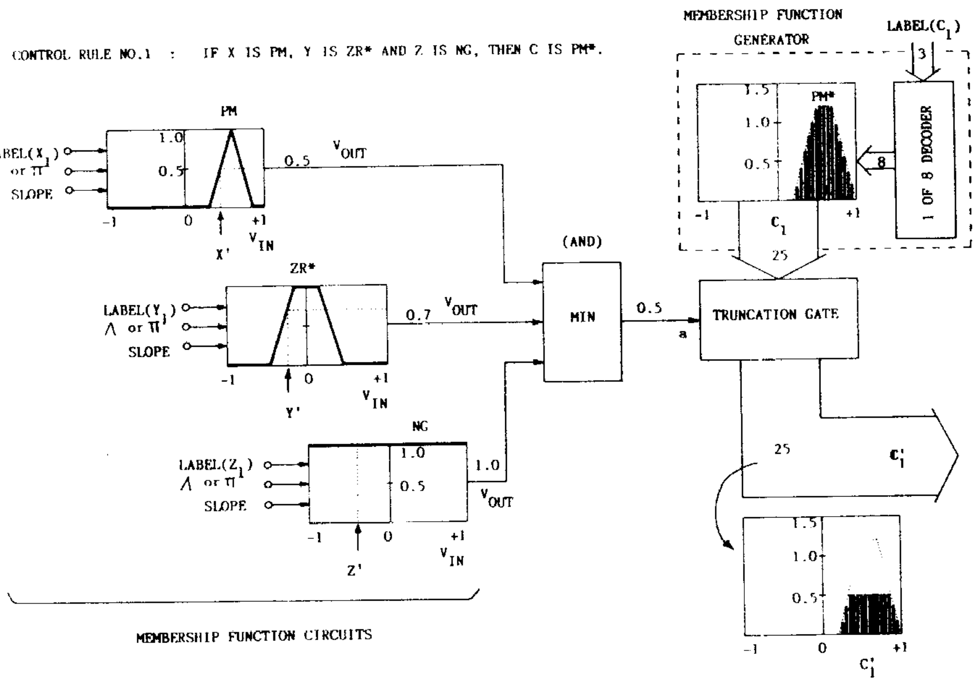
4.2.1 Analóg fuzzy logikai áramkörökkel megvalósított döntéshozatal

Az analóg fuzzy logikai áramkörökben folytonos áram-, illetve feszültségértékek ábrázolják a tagsági értékeket.
Mivel a tagsági értékek analóg jelek, ezért az alaphalmazok elemeit is célszerû analóg jelként ábrázolni.
Az analóg áramkörök alkalmazását nehezíti az analóg jelek nagyobb zavarérzékenysége, az áramkörök magasabb disszipációja és lassabb sebessége. Nagy elõnyük azonban a digitális áramkörökkel szemben az igen alacsony eszközszám (pl. [22], [23]).

pl.
Analóg fuzzy logikai áramkörökkel megvalósított irányítóberendezés [21]:

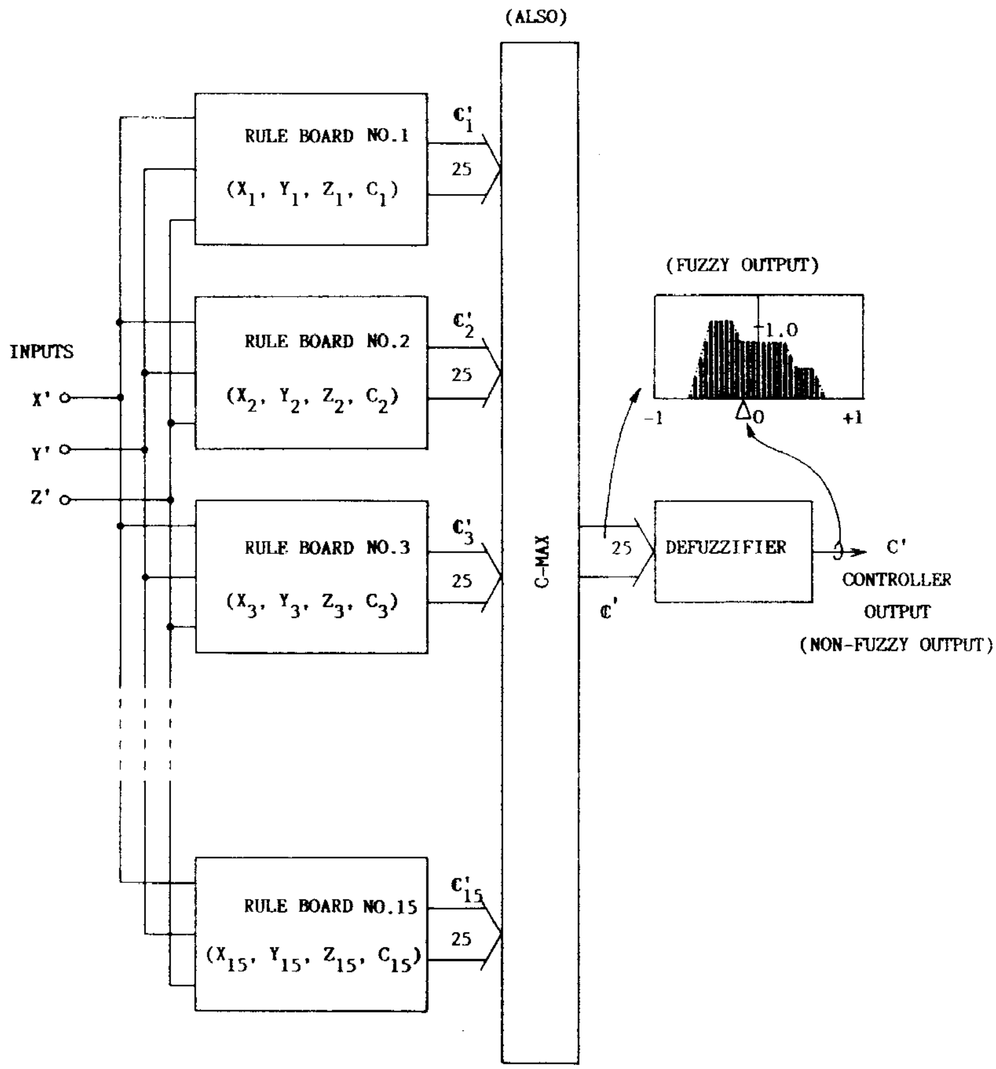
Egy három antecedensû és egy konzekvensû fuzzy szabály kiértékelése: 4.2.1/a ábra.
Az antecedens nyelvi értékeket analóg feszültségátviteli karakterisztikák ábrázolják, a szabályhoz tartozó konzekvens fuzzy halmazt 25 diszkrét feszültségérték írja le (a következtetés univerzum diszkrét). A szabályok megfigyeléseihez tartozó fuzzy-következtetés halmaza a konzekvenssel azonos módon ábrázolt 25 darab feszültségérték.

© Kovács, Szilveszter:
Fuzzy logic control, M.Phil. theses, Technical University of Budapest, Faculty of Informatics and Electrical Engineering, Budapest, Branch of Computer Science, p.116, (1993).



4.2.1/a ábra [21]

A szabály-áramkörök egymással párhuzamosan mûködnek (számuk megegyezik a szabálybázis számosságával). Az egyes áramkörök által hozott következtetés fuzzy halmazok unióképzését (diszkrét alaphalmazon értelmezett folytonos tagsági értékek) és defuzzifikálását külön áramkör végzi (4.2.1/b ábra [21]).



4.2.1/b ábra [21]

Az **analóg fuzzy logikai áramkörökkel megvalósított** fuzzy logikai irányítóberendezés **jellemzõi**:
- alacsony eszközszám
- rugalmatlan
- kis kapacitás
- magas ár
- nagy sebesség
- alacsony disszipáció
- közepes zavarérzékenység
- jó hibatûrõképesség

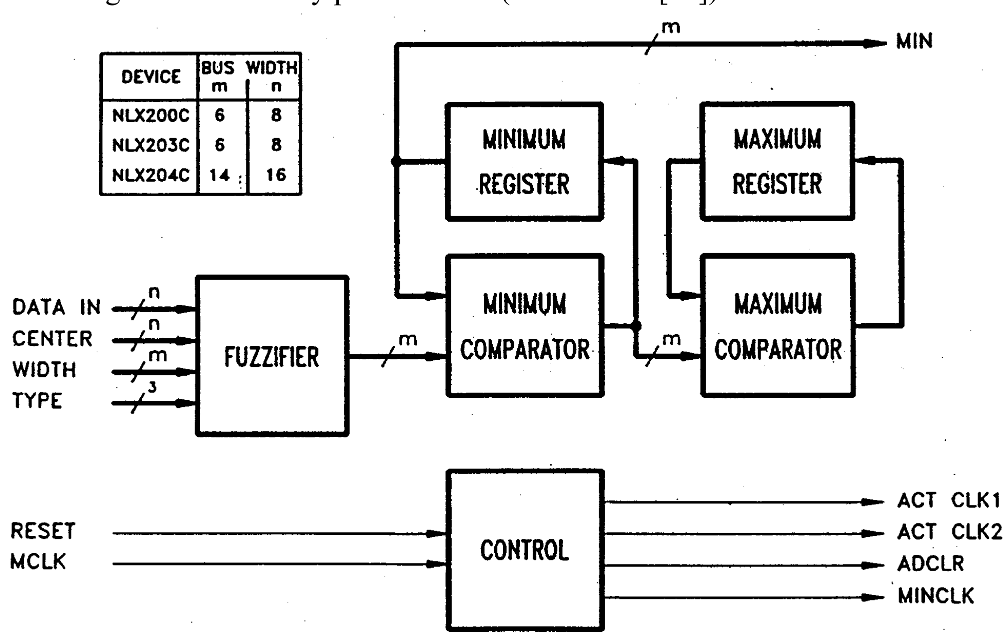
Az irányítóberendezések közül ennek a kialakítása igényli a **legkevesebb tranzisztor** beépítését. A **disszipáció**ja az alacsony eszközszám miatt alacsony. Az így kialakított irányítóberendezés **rugalmatlan**. A tudásbázis módosítása áramköri módosítást igényel. A párhuzamos feldolgozás miatt a döntéshozatal ideje rövid, sebessége **gyors**. **Kapacitás**ának határt szab speciális felépítése, bõvítésére csak további áramkörök hozzáadásával van lehetõség. Kis szériában gyártott eszköz, az **ára** magas. Az analóg jelek alkalmazása miatt **zavarérzékeny**. Párhuzamos felépítése miatt kedvezõ a **hibatûrõképessége**. Valamely eszköz meghibásodása esetén általában csak egy szabály válik hatástalanná. Szabály kiesésére a döntéshozó eljárás kevéssé érzékeny, a berendezés nem válik üzemképtelenné (az irányítás hatákonysága azonban romlik).

4.2.2 <u>Digitális fuzzy logikai áramkörökkel megvalósított döntéshozatal</u>

A digitális fuzzy logikai áramkörök diszkrét módon ábrázolják az alaphalmazokat és a tagsági értékeket. Az értékek digitális ábrázolása, illetve a digitális mûveletvégzés lényegesen eszközigényesebb az analóg megvalósításnál. Elõnye azonban a zavarérzéketlenség és a jó integrálhatóság. Az ábrázolás pontosságának mértéke analóg jelek alkalmazásával technológiai korlát, míg digitális leírás alkalmazása esetén a szóhossz bõvítésével tetszõleges mértékben növelhetõ (a korlát csak az elemszám drasztikus növekedése).

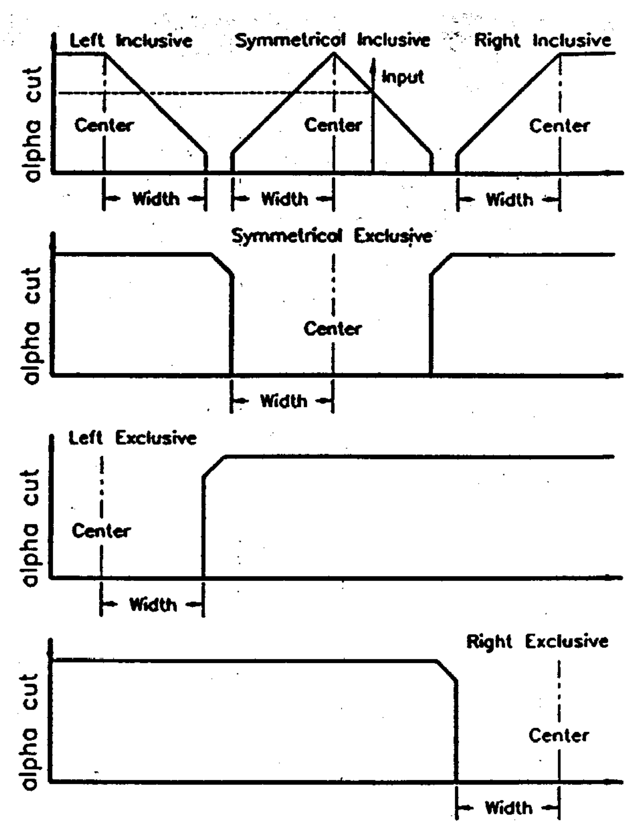
pl.
Digitális fuzzy logikai áramkörökkel megvalósított irányítóberendezés [29]:

Az amerikai NeuraLogix Inc. [29] NLX20xC néven gyárt digitális fuzzy logikai áramkörökkel megvalósított döntéshózó építõelemeket.
A gyártmánycsalád NLX200C, NLX203C, NLX204C tagjai különbözõ szószélességû és sebességû bemeneti fuzzy processzorok (4.2.2/a ábra [29]).



4.2.2/a ábra [29]

A bemeneti fuzzy processzor feladata a szabály-konzekvensek kiértékelése. Egy processzor egy idõpontban mindössze egyetlen antecedens kiértékelésére alkalmas. Több antecedensû szabályokat egyidejûleg csak az antecedensek számának megfelelõ számú processzor párhuzamos alkalmazásával lehet kiértékelni. A processzor rendelkezik olyan elemekkel (minimum-komparátor, minimum-regiszter), amelyek lehetõvé teszik a több antecedensû szabályok szekvenciális kiértékelését. (A maximum- komparátor és regiszter a legnagyobb tagsági érték maximumú szabály megkeresésére szolgál abban az esetben, ha defuzzifikáló modul nélkül a "legerõsebb eredmény győz" tipusú döntéshozatalra alkalmazzák a processzort.)
Az antecedens oldalon szereplõ nyelvi értékek (elsõdleges fuzzy halmazok) leírására a processzor négy különbözõ tipusú tagsági függvény formát tartalmaz. Valamely nyelvi érték középpontjával, szélességével és tipusával írható le (4.2.2/b ábra [29]).



4.2.2/b ábra [29]

Az alkalmazott tagsági érték függvény formák "konstans meredekségûek", így egy antecedens kiértékelése mindössze a megfigyelés és a nyelvi érték középpont abszolút távolságának meghatározásából áll (abszolút különbség).

A következtetést a bemeneti fuzzy processzor (processzorok) által szolgáltatott eredménybõl az NLX201C (NLX202C) kimeneti fuzzy processzor hozza meg (a "legerõsebb eredmény győz" tipusú döntéshozatal alkalmazása esetén nincs szükség kimeneti fuzzy processzorra, a nyertes szabály sorszámát a bemeneti fuzzy processzor szolgáltatja).

© **Kovács, Szilveszter:**
Fuzzy logic control, M.Phil. theses, Technical University of Budapest, Faculty of Informatics and Electrical Engineering, Budapest, Branch of Computer Science, p.116, (1993).

A **digitális fuzzy logikai áramkörökkel megvalósított** fuzzy logikai irányítóberendezés **jellemzõi**:
- magas eszközszám
- rugalmatlan
- közepes kapacitás
- magas ár
- nagy sebesség
- magas disszipáció
- alacsony zavarérzékenység
- jó hibatûrõképesség

Az irányítóberendezések közül ennek a kialakítása igényli a **legtöbb tranzisztor** beépítését (párhuzamos feldolgozás esetén). A **disszipáció**ja a nagy eszközszám miatt magas. Az így kialakított irányítóberendezés (párhuzamos feldolgozás esetén) **rugalmatlan**. **Kapacitás**ának határt szab speciális felépítése, bõvítése csak további áramkörök hozzáadásával lehetséges. (Szekvenciális feldolgozás esetén rugalmas, egyszerûen módosítható és bõvíthetõ.) A párhuzamos feldolgozás miatt a döntéshozatal ideje rövid, sebessége **gyors**. (Szekvenciális feldolgozás esetén is gyorsabb a digitális fuzzy processzornál.) Közepes szériában gyártott eszköz, az **ára** közepes. A digitális jelek alkalmazása miatt **zavarérzékenysége alacsony**. Párhuzamos felépítése miatt az analóg megoldáshoz hasonlóan kedvezõ a **hibatûrõképessége**.

4.3 A különbözõ hardver megvalósítási lehetõségek összevetése

Értékelési szempontok:

A korábban felsorolt irodalmakban talált konkrét mûködési sebességre, költségre, disszipációra vonatkozó adatok nagymértékben technológia függõek. Az egyes cikkek megjelenése között eltelt idõ alatt bekövetkezett gyors technológiai változás miatt ezen adatok számszerûen nem összemérhetõk. Az értékelés során ezért nem konkrét számértékek szerepelnek, hanem az egyes módszerek egymáshoz való viszonyulása ("fuzzy nyelvi értékekben" mérve). Konkrét értékek, illetve mérési eredmények a [21], [22], [23], [28] irodalmakban találhatók.

Költség
A fuzzy logikai irányítóberendezés költségét (más eszközökhöz hasonlóan) alapvetõen a gyártott széria mérete határozza meg. Kis szériaszámú termék esetén az ár igen jelentõs összetevõje a fejlesztési költség (míg a tényleges munkadíj, illetve anyagköltség szinte elhanyagolható). A költséget ezért a becsült szériaméret szerint határoztam meg.

Megbízhatóság
A berendezés megbízhatóságának vizsgálata céljából olyan szempontokat választottam, melyek alapján valamely konkrét termék tesztelése nélkül is (csak

struktúrális vizsgálatára hagyatkozva) becsülhetõ annak megbízhatósága. Ezen szempontok a berendezés megvalósításához szükséges **eszközszám**, a **zavarérzékenység** és a **hibatûrõ képesség**. A megvalósításhoz szükséges eszközszám (azonos technológiát feltételezve) lehetõséget ad a berendezés meghibásodási valószínûségének megbecslésére. A zavarérzékenység jellemezheti a hozott döntés véletlen hibáját. A hibatûrõ képesség alapján meghatározható, hogy valamely hiba milyen valószínûséggel teszi mûködésképtelenné az illetõ berendezést.

Mûködési sebesség
A mûködési sebességet a döntéshozatalhoz szükséges lépésszám, illetve a berendezés architektúrája alapján becsültem.

(Az egyes megvalósítási módszerek bõvebb jellemzése a 4.1, 4.2 fejezetben található.)

Fuzzy döntéshozatal

	Általános célú processzorral	**Digitális fuzzy processzorral**	**Analóg fuzzy logikai áramkörökke l**	**Digitális fuzzy logikai áramkörökke l**
Költség	*alacsony*	*közepes*	*magas*	*magas*
Eszközszám	*magas*	*magas*	*alacsony*	*közepes*
Zavarérzékenység	*alacsony*	*alacsony*	*közepes*	*alacsony*
Hibatûrõképesség	*alacsony*	*alacsony*	*magas*	*magas*
Mûködési sebesség	*alacsony*	*közepes*	*magas*	*magas*

A hardver megvalósítási lehetõségek összevetése az alkalmazások szempontjából

Azokban a valósidejû alkalmazásokban, ahol a döntéshozás sebessége kritikus ott vagy analóg, vagy digitális fuzzy logikai áramkörökkel felépített irányítóberendezést célszerû alkalmazni. Attól függõen, hogy mi az elsõdleges szempont - a még nagyobb sebesség elérése, vagy a kisebb zavarérzékenység biztosítása - az analóg, vagy a digitális fuzzy logikai áramkörök választása az elõnyösebb.
Olyan alkalmazások esetén, ahol a sebesség kevésbé kritikus szempont, azonban szükséges a tudásbázis módosíthatósága (pl. adaptív irányítás), vagy az általános célú, vagy a digitális fuzzy processzorral kialakított fuzzy logikai irányítás nyújt megoldást. Amennyiben ezeken túl a döntéshozás sebessége sem közömbös, úgy célszerûbb feladatorientált digitális fuzzy processzort alkalmazni. (pl. a vezetõnélküli targonca gyakorlati fuzzy logikai irányításának megvalósítása során a fuzzy processzor nyújtana kedvezõbb eredményt (nagyobb sebesség), azonban a fennálló anyagi korlátok miatt valószínûleg az általános célú processzoros megoldásra esik a választás.)

© **Kovács, Szilveszter:**
Fuzzy logic control, M.Phil. theses, Technical University of Budapest, Faculty of Informatics and Electrical Engineering, Budapest, Branch of Computer Science, p.116, (1993).

5. Összefoglalás

Egyre népszerûbbé válik napjainkban a fuzzy logikai irányítóberendezések alkalmazása. A mindennapi élet szinte minden területén találkozhatunk vele a konyhagépektõl egészen az ipari alkalmazásokig.

A fuzzy logikai irányítás alternatívája lehet a klasszikus irányítástechnikáknak [30]. Alapvetõen olyan alkalmazási területeken, ahol a klasszikus módszerek - az irányítandó folyamat matematikai modelljének hiányában - használhatatlanok.

A fuzzy logikai irányítás tapasztalatokból, megfigyelésekbõl nyert szabálybázisának kialakítása nem igényli a matematikai modell meglétét. Ebben rejlik a módszer széleskörû alkalmazhatósága.
Ugyanakkor a fuzzy logikai irányítás helyességének bizonyítása nehézségekbe ütközik. Ez azonban a gyakorlati esetek többségében nem hátránya a fuzzy logikai irányítás alkalmazásának a klasszikus irányítással szemben, hiszen ha az irányítandó folyamat matematikai modellje nem áll rendelkezésre, úgy a klasszikus irányítás eszközkészlete sem használható (pl. stabilitásvizsgálat). Az ilyen jellegû alkalmazások bizonyítják leginkább a fuzzy logikai irányítás létjogosultságát.

A fuzzy logikai irányítás helyessége, stabilitása leginkább a szabálybázis teljességével becsülhetõ. Hiszen csak olyan mértékben képes az irányítás a vele szemben támasztott követelményeknek megfelelni, mint amilyen pontossággal ezen követelményeket megfogalmazták (tudásbázis; szabályok, nyelvi értékek leírásának pontossága, teljessége).

A fuzzy logikai irányítóberendezések terjedésével párhuzamosan bõvül a kereskedelemben kapható fuzzy logikára épülõ eszközök, eszközmodulok és szoftver termékek száma.
A jelenleg forgalomban lévõ fuzzy logikai irányítás kialakítására alkalmas nagysebességû hardver eszközök kivétel nélkül a sûrû szabálybázison alapuló kompozíciós döntéshozatalt támogatják. Ezek az eszközök a ritka szabálybázis közelítõ becslésén alapuló döntéshozó algoritmus megvalósítására nem alkalmasak.
Így a döntéshozatal sebességére kritikus **valósidejû alkalmazások**ban a **közelítõ becslés**re épülõ algoritmusok jelenleg **nem alkalmazható**k. (az általános célú számítógép alkalmazása miatt alacsony a döntéshozás sebessége)

Áthidaló megoldásként javaslom a ritka szabálybázis közelítõ becsléssel történõ sûrû szabálybázissá alakítását (**ritka-sûrû szabálybázis transzformáció**):

A ritka szabálybázis sûrû szabálybázissá alakításának lépései:

– a ritka szabálybázis antecedens és konzekvens oldali nyelvi értékeinek felhasználásával fedõ (pl. 0.5-fedõ) felbontást kell kialakítani a megfigyelés- és következtetés-univerzumokon (ez a leendõ sûrû szabálybázis elsõdleges fuzzy halmazainak kialakítása).(pl. a 3.1.2.2 pontban leírt módszer felhasználásával.)

– valamely alkalmas közelítõ becslésre épülõ eljárás segítségével (lsd. 2.4 fejezet) valamennyi lehetséges bemeneti nyelvi érték kombinációra - mint megfigyelésekre - el kell végezni a döntéshozást

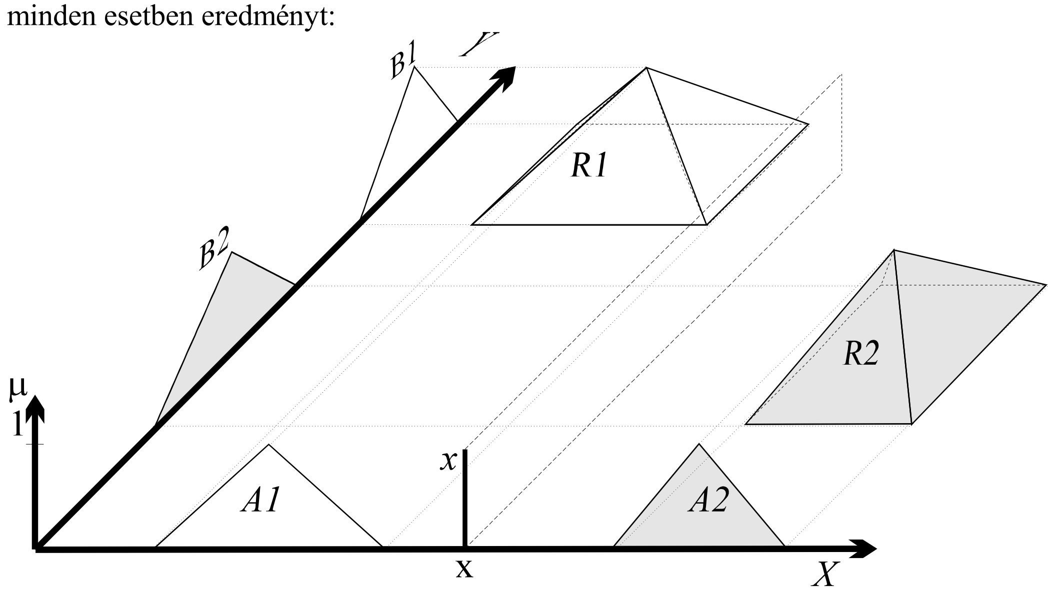
– ezt követõen rendeljük a kapott következmény fuzzy halmazokat konzekvensként ahhoz a nyelvi érték kombinációhoz - mint antecedenshez -, amelyekbõl az illetõ következtetést levontuk

– az így kapott antecedens - konzekvens párok, mint szabályok alkotják az új, sûrû szabálybázist

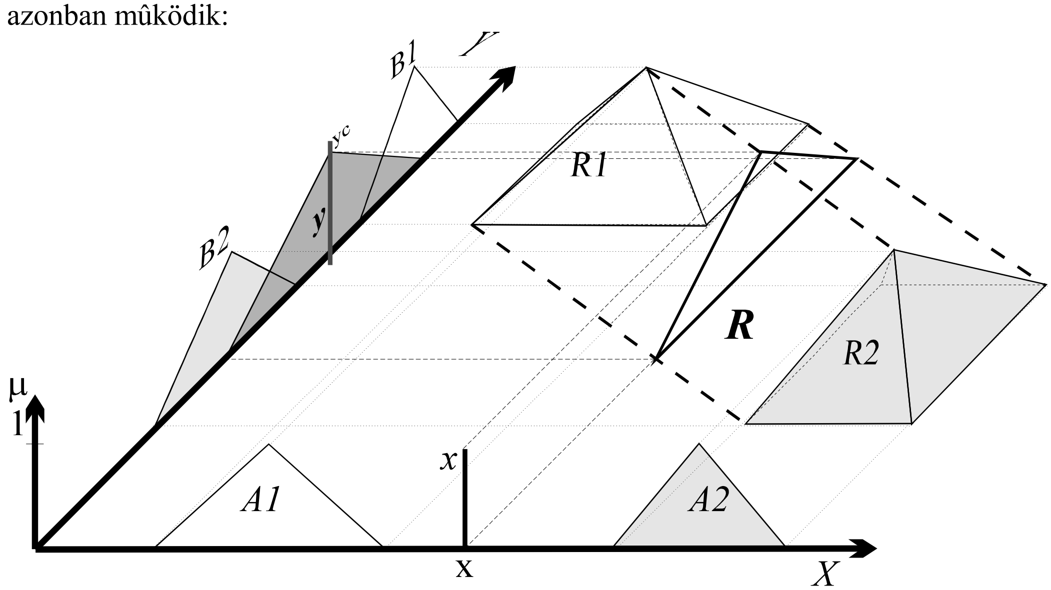
A kapott szabálybázis sûrû, hiszen valamennyi megfigyelés-kombinációjához tartozik következtetés. (Az antecedens nyelvi értékek 0.5-fedõ módon kerültek kialakításra és valamennyi antecedens kombinációhoz rendeltünk következtetést.)

A módszer alkalmazásával sûrû szabálybázist igénylõ fuzzy logikai irányítóberendezésen szimulálható a ritka szabálybázis közelítõ becslésére épülõ döntéshozás.
Amennyiben a ritka szabálybázis közelítõ becslését az **R** leképezés modelljének tekintjük, úgy a felhasználásával kapott sûrû szabálybázist ezen **modellt közelítõ szabályhalmazként** értelmezhetjük.

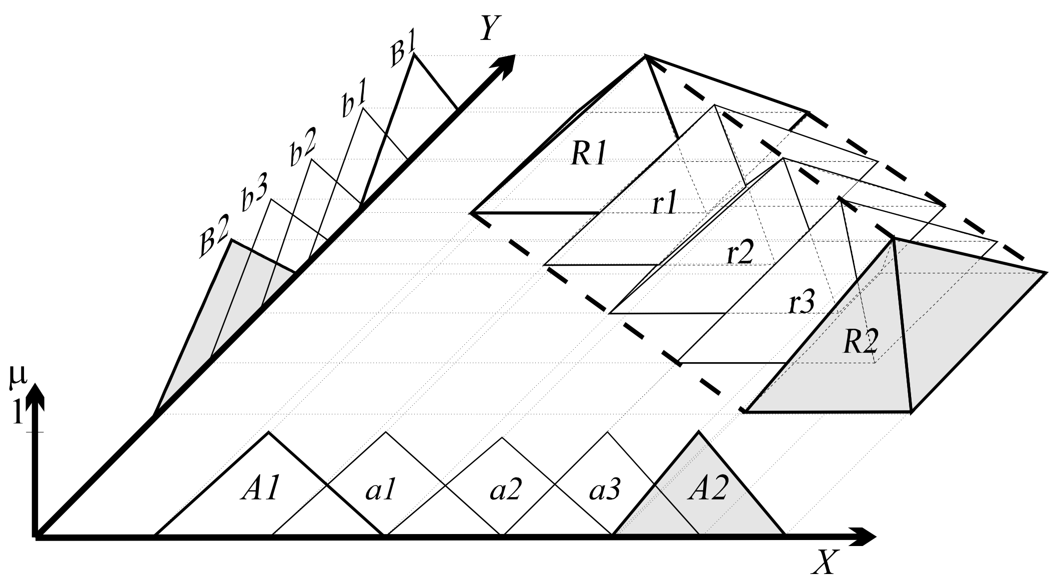
pl:
Ritka szabálybázis esetén a **fuzzy logikai kompozíció**ra épülõ döntéshozatal nem ad minden esetben eredményt:



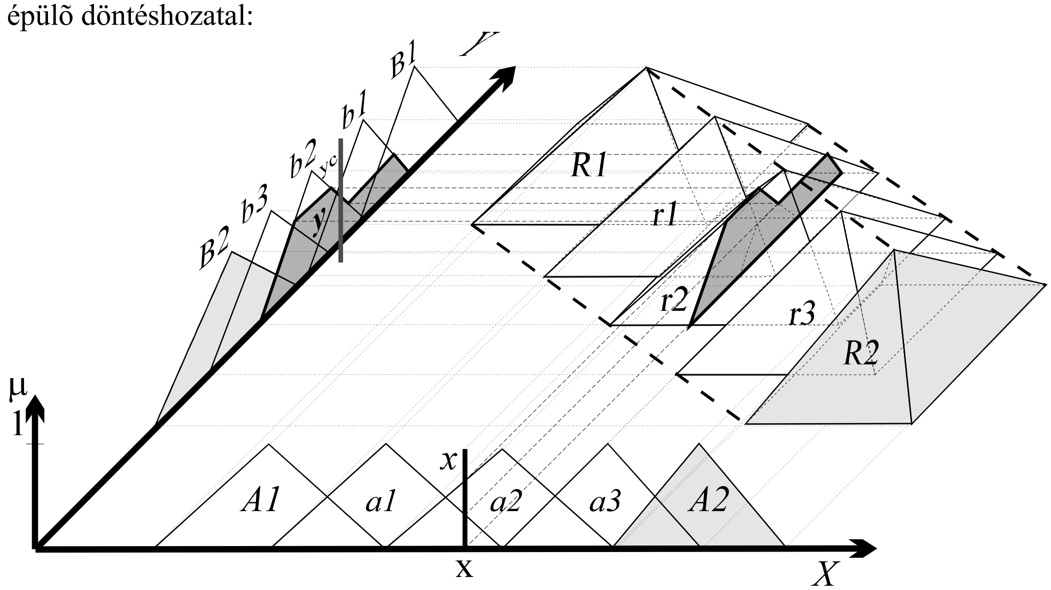
A **lineáris interpolációra** (a szabálybázis közelítõ becslésére) épülõ döntéshozatal azonban mûködik:



Alkalmazva a **ritka-sûrû szabálybázis transzformációt** (*a1*, *a2* , *a3* a felvett nyelvi értékek, *b1*, *b2*, *b3* a lineáris közelítõ becslés alapján hozzájuk rendelt konzekvensek) a kapott sûrû szabálybázis (*R1*, *R2*, *r1*, *r2*, *r3*):



Az így nyert **sûrû szabálybázis**on már alkalmazható a **fuzzy logikai kompozíció**ra épülõ döntéshozatal:



A döntéshozatal tehát két lépésben történik. Az elsõ lépés a ritka szabálybázis sûrûvé alakítása ("off-line" módon), a második lépés a sûrû szabálybázis irányításra történõ közvetlen alkalmazása (nagysebességû "on-line" mûködés).

5.1 <u>Eredmények, további feladatok</u>

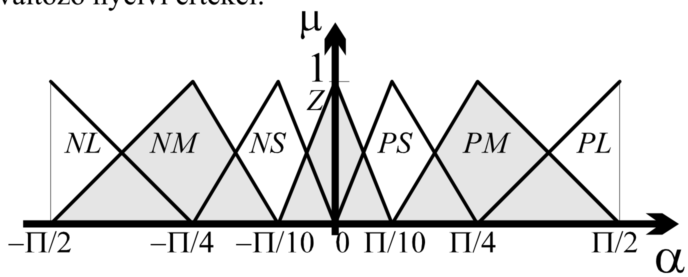
1. A fuzzy logikai döntéshozó algoritmusok tanulmányozását követõen kiválasztottam a vezetõnélküli targonca irányítására leginkább alkalmas algoritmust:

A **Zadeh-féle min-max kompozíciós fuzzy következtetés**t alkalmaztam alacsony számítási komplexitása miatt, illetve azért, mert a hozzá szükséges lefedõ szabálybázis minden nehézség nélkül biztosítható.
Speciális nyelvi értékek alkalmazásával, a leírás általánosságának kismérvû csökkenése árán sikerült tovább **csökkentenem az algoritmus komplexitását**:
A nyelvi értékek kialakítása során azok tagsági függvényeit folytonos, háromszög alakú függvényeknek választottam úgy, hogy bármely nyelvi érték hordozójának minimuma, illetve maximuma megegyezzék szomszédai magjának maximumával, illetve minimumával:

$$\sup\{\,\mathrm{kernel}A_{i-1}\,\} = \inf\{\,\mathrm{supp}A_i\,\}$$
$$\sup\{\,\mathrm{supp}A_i\,\} = \inf\{\,\mathrm{kernel}A_{i-1}\,\}$$

valamennyi A_i nyelvi értékre.
(Így a kompozíciós döntéshozatal szempontjából elõnyös 0.5-fedõség automatikusan teljesül.)

pl. egy nyelvi változó nyelvi értékei:



Valamint egy nyelvi változót maximum w darab nyelvi értékre bontok, ezáltal a kompozíciós döntéshozatal számítási komplexitása (**uniform komplexitás**):

$$C^m = \boldsymbol{O}(r \cdot k \cdot w) \quad ,$$

ahol:

r : fuzzy szabályok száma
k : antecedensek, illetve konzekvensek maximális száma
w : egy nyelvi változó maximális nyelvi értékeinek száma

Általános esetben a számítási komplexitás:

$$C^m = \boldsymbol{O}(rkN) \quad ,$$

ahol:

$N = \max(\#x_i, \#y_j)$, a megfigyelés-, illetve következtetés-univerzumok maximális számossága

A megfigyelés- és következtetés-univerzumok számossága lényegesen nagyobb a nyelvi értékek maximális számánál (N >> w), így a számítási komplexitás csökkenése jelentõs.

2. A kereskedelemben forgalomban lévõ fuzzy logikai irányítás megvalósítására alkalmas eszközök összevetése után összefoglaltam az eszközválasztás szempontjait:

<u>Fuzzy döntéshozatal</u>

	Általános célú processzorral	**Digitális fuzzy processzorral**	**Analóg fuzzy logikai áramkörökkel**	**Digitális fuzzy logikai áramkörökkel**
Költség	*alacsony*	*közepes*	*magas*	*magas*
Eszközszám	*magas*	*magas*	*alacsony*	*közepes*
Zavarérzékenység	*alacsony*	*alacsony*	*közepes*	*alacsony*
Hibatûrõképesség	*alacsony*	*alacsony*	*magas*	*magas*
Mûködési sebesség	*alacsony*	*közepes*	*magas*	*magas*

3. **Az induktív nyomvonal-követésû vezetõnélküli targonca szimulációs modelljével igazoltam a módosítás szükségességét és a fuzzy logikai irányítóberendezés beépítésének létjogosultságát:**

Az adaptív sebességválasztás miatt a fuzzy logikai irányítású targoncának **nagyobb az átlagsebessége** és **jobb a pályakövetõ képessége**. Az eredeti vezérlés esetén a targonca lassabban kénytelen haladni olyan pályaszakaszokon is, ahol ezt a pálya görbületi sugara nem teszi szükségessé.
A fuzzy logikai irányításnak nagy **elõnye** az eredeti szabályozással szemben a **rugalmasság**a, az egyszerû **átkonfigurálhatóság**.
A targonca irányítása során ezáltal figyelembevehetõk a **rakományra vonatkozó adatok** is. Az egyes rakománytipusok speciális kezelést igényelnek (pl. maximális megengedett gyorsulás). Az anyagmozgató rendszer rugalmassága miatt elõfordulhat, hogy egy munkafolyamaton belül a targonca más-más kezelést igénylõ rakományt szállít. Ebben az esetben a rakodást végzõ állomás láthatja el a targoncát vezérlõ számítógépet a tudásbázis módosításához szükséges információval, vagy egyszerûen közvetlenül módosíthatja a fuzzy logikai irányítás tudásbázisát.

4. **Javaslatot tettem a szabálybázis közelítõ becslésén alapuló döntéshozó algoritmus mûködésének sûrû szabálybázist igénylõ fuzzy logikai irányítóberendezésen való szimulálására** (ritka-sûrû szabálybázis transzformáció)**:**

A ritka szabálybázist közelítõ modell (közelítõ becslés) felhasználásával olyan új szabályokat állíthatunk elõ, melyek hozzáadásával az eredetileg ritka szabálybázis sûrûvé tehetõ.
A módszer alkalmazásával sûrû szabálybázist igénylõ fuzzy logikai irányítóberendezésen (nagysebességû hardver eszközök) szimulálható a ritka szabálybázis közelítõ becslésére épülõ döntéshozás.

Távlati terveim között szerepel a Miskolci Egyetem Anyagmozgatási és Logisztikai Tanszékének oktató-kutató laboratóriumában üzemelõ vezetõnélküli targonca nyomvonalkövetõ szabályzórendszerének fuzzy logikai irányítóberendezéssel történõ kiváltása.
A megvalósítás során szeretnék gyakorlati kísérleteket végezni az említett ritka-sûrû szabálybázis transzformáció hatékonyságával kapcsolatban. Tanulmányozni kívánom a mûszaki gyakorlatban történõ alkalmazhatóságának, felhasználhatóságának lehetõségeit.

© **Kovács, Szilveszter:**
Fuzzy logic control, M.Phil. theses, Technical University of Budapest, Faculty of Informatics and Electrical Engineering, Budapest, Branch of Computer Science, p.116, (1993).

Tartalomjegyzék

Irodalomjegyzék

[1] George J. Klir, Tina A. Folger
Fuzzy Sets Uncertainity and Information, 355p
Prentice-Hall Internationa, Inc., USA, (1988).

[2] E.H. Mamdani, S. Assilian
An experiment in linguistic synthesis with a fuzzy logic controller
Int. J. Man-Machine Studies, vol. 7, no. 1, pp 1-13, (1975).

[3] P.A.S. Raltson, T.L. Ward
Fuzzy controll of industrial processes
Proc. of the IXth Int. Conf. on Production Research, pp 2586-2592, (1987).

[4] OMRON Corporation (1991)
Clearly Fuzzy

[5] Chuen Chien Lee
Fuzzy logic in control systems: Fuzzy Logic Controller
IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, vol. 20, no.2, (1990)

[6] L. T. Kóczy, Kaoru Hirota
Fuzzy inference by compact rules
Proc. of Int. Conference on Fuzzy Logic and Neural Networks, pp 307-310, Iizuka, (1990).

[7] L. T. Kóczy, Kaoru Hirota
A fast algorithm for fuzzy inference by compact rules
Fuzzy Logic for the Management of Uncertainity, pp 297-317,
John Wiley and Sons, Inc.

[8] L. T. Kóczy
Computational complexity of various fuzzy inference algorithms
Annales Univ. Sci. Budapest, Sect. Comp. 12, pp 151-158, (1991).

[9] L. T. Kóczy, Juhász Ákos
Fuzzy rule interpolation and the ruleint program
Abstract of the Joint Hung.-Jap. Symp. on Fuzzy Systems and Applications, pp 91-94, Budapest, (1991).

[10] L. T. Kóczy, Kaoru Hirota
Rule interpolation by α-level sets in fuzzy approximate reasoning
Bulletin for Studies and Exchanges on Fuzziness and its Applications, pp 115-123, Toulouse, (1991).

[11] L. T. Kóczy
Analogous inference by fuzzy rules

Proc. of Int. Conference on Information and Systems, pp 925-938,
Dalian, China, (1992).

[12] L. T. Kóczy, Kaoru Hirota, Juhász Ákos
Interpolation of 2 and 2k rules in fuzzy reasoning
Fuzzy Engineering toward Human Friendly Systems, Vol. 1, pp 206-217,
Yokohama, Japan, (1991).

[13] L. T. Kóczy, Kaoru Hirota
Reasoning by analogy with fuzzy rules
IEEE Int. Conference on Fuzzy Systems, pp 263-270,
San Diego, California, (1992).

[14] L. T. Kóczy, Kaoru Hirota (1992)
Analogical fuzzy reasoning and gradual inference rules
Proc.of the 2nd Int.Conference on Fuzzy Logic and Neural Networks,vol.1,
pp 329-332, Iizuka, Japan, (1992).

[15] L. T. Kóczy
Techniques of inference in insufficient and inconsistent fuzzy rule base
14th Linz Seminar on Fuzzy Set Theory:
Non-Classical Logics and their Applications, pp 46-50
Linz, (1992).

[16] L. T. Kóczy, Kaoru Hirota
Interpolative reasoning with insufficient evidence in sparse fuzzy rule bases
Information Sciences, pp33
Elsevier Science Publishing Co., Inc., New York, (1992).

[17] L. T. Kóczy
Inference in fuzzy rule bases with conflicting evidence
Proceedings of NAFIPS Conference
NASA Conference Publication 10112, Vol.II, pp 608-617
Puerto Vallarta, Mexico, (1992).

[18] Aho, Hopcroft, Ullman,
Számítógép-algoritmusok tervezése és analízise, 487p
Mûszaki Könyvkiadó, Budapest, (1982).

[19] M. Sugeno, K. Murakami (1985)
An experimental study on fuzzy parking control using a model car
Industrial Applications of Fuzzy Control, pp 125-138,
North-Holland, Amsterdam, (1985).

[20] M. Sugeno, T. Murofushi, T. Mori, T. Tatematsu, J. Tanaka
Fuzzy algorithmic control of a model car by oral instructions
Fuzzy Sets and Systems, Vol.32, Num.2, (1989), pp 207-219
North-Holland, Amsterdam.

[21] T. Yamakawa
Stabilization of an inverted pendulum by a high-speed fuzzy logic controller hardware system
Fuzzy Sets and Systems, Vol.32, Num.2, (1989), pp 161-180
North-Holland, Amsterdam.

[22] K. Hirota, K. Ozawa
Fuzzy flip-flop and fuzzy registers
Fuzzy Sets and Systems, Vol.32, Num.2, (1989), pp 139-148
North-Holland, Amsterdam.

[23] K. Ozawa, K. Hirota, L. T. Kóczy, K. Omori
Algebraic fuzzy flip-flop circuits
Fuzzy Sets and Systems, Vol.39, (1991), pp 215-226
North-Holland, Amsterdam.

[24] Villamos Automatika Fõvállalkozó és Gyártó Vállalat (VILATI)
Rk-400 mûszaki leírás (1989):
AA-400 Tankhajtású robotkocsi alapjelképzõ egység
PS-400 "P" Szûrõ
VS-400 "V" Szûrõ
SZ-400 Tranzisztoros szervóhajtás szabályozó kártya

[25] P. Martin Larsen
Industrial applications of fuzzy logic control
Int. J. Man-Machine Studies, vol. 12, no. 1, pp 3-10, (1980).

[26] Shuta Murakami, Mikio Maeda
Automobile speed control system using a fuzzy logic controller
Industrial Applications of Fuzzy Control, pp 105-123,
North-Holland, Amsterdam, (1985).

[27] T. Yamazaki, M. Sugeno
A microprocessor based fuzzy controller for industrial purposes
Industrial Applications of Fuzzy Control, pp 231-239,
North-Holland, Amsterdam, (1985).

[28] Togai InfraLogic, Inc.
FC110 Digital Fuzzy Processor
Marketing package
Togai InfraLogic, Inc., USA, (1991).

[29] American NeuraLogix, Inc.
Fuzzy Input Processor, NLX200C, NLX203C, NLX204C, Data Sheet
Fuzzy Output Processor, NLX201C, NLX202C, Data Sheet
American NeuraLogix, Inc., (1993).

[30] E. H. Mamdani
Advances in the linguistic synthesis of fuzzy controllers
Int. J. Man-Machine Studies, vol. 8, no. 6, pp 669-678, (1976).

© **Kovács, Szilveszter:**
Fuzzy logic control, M.Phil. theses, Technical University of Budapest, Faculty of Informatics and Electrical Engineering, Budapest, Branch of Computer Science, p.116, (1993).

Kovács Szilveszter
szakmérnökjelölt

FUZZY LOGIKAI IRÁNYÍTÁS

DIPLOMATERV

Összefoglalás

Egyre népszerûbbé válik napjainkban a fuzzy logikai irányítóberendezések alkalmazása. A mindennapi élet szinte minden területén találkozhatunk vele a konyhagépektõl egészen az ipari alkalmazásokig.

A fuzzy logikai irányítás alternatívája lehet a klasszikus irányítástechnikáknak [1].
Alapvetõen olyan alkalmazási területeken, ahol a klasszikus módszerek - az irányítandó folyamat matematikai modelljének hiányában - használhatatlanok.

A fuzzy logikai irányítás tapasztalatokból, megfigyelésekbõl nyert szabálybázisának kialakítása nem igényli a matematikai modell meglétét. Ebben rejlik a módszer széleskörû alkalmazhatósága.
Ugyanakkor a fuzzy logikai irányítás helyességének bizonyítása nehézségekbe ütközik. Ez azonban a gyakorlati esetek többségében nem hátránya a fuzzy logikai irányítás alkalmazásának a klasszikus irányítással szemben, hiszen ha az irányítandó folyamat matematikai modellje nem áll rendelkezésre, úgy a klasszikus irányítás eszközkészlete sem használható (pl. stabilitásvizsgálat). Az ilyen jellegû alkalmazások bizonyítják leginkább a fuzzy logikai irányítás létjogosultságát.

A fuzzy logikai irányítás helyessége, stabilitása leginkább a szabálybázis teljességével becsülhetõ. Hiszen csak olyan mértékben képes az irányítás a vele szemben támasztott követelményeknek megfelelni, mint amilyen pontossággal ezen követelményeket megfogalmazták (tudásbázis; szabályok, nyelvi értékek leírásának pontossága, teljessége).

A fuzzy logikai irányítóberendezések terjedésével párhuzamosan bõvül a kereskedelemben kapható fuzzy logikára épülõ eszközök, eszközmodulok és szoftver termékek száma.
A jelenleg forgalomban lévõ fuzzy logikai irányítás kialakítására alkalmas nagysebességû hardver eszközök kivétel nélkül a sûrû szabálybázison alapuló kompozíciós döntéshozatalt támogatják. Ezek az eszközök a ritka szabálybázis közelítõ becslésén alapuló döntéshozó algoritmus megvalósítására nem alkalmasak.
Így a döntéshozatal sebességére kritikus **valósidejû alkalmazások**ban a **közelítõ becslés**re épülõ algoritmusok jelenleg **nem alkalmazható**k. (az általános célú számítógép alkalmazása miatt alacsony a döntéshozás sebessége)

Áthidaló megoldásként javaslom a ritka szabálybázis közelítõ becsléssel történõ sûrû szabálybázissá alakítását (**ritka-sûrû szabálybázis transzformáció**):

A ritka szabálybázis sûrû szabálybázissá alakításának lépései:

- a ritka szabálybázis antecedens és konzekvens oldali nyelvi értékeinek felhasználásával fedõ (pl. 0.5-fedõ) felbontást kell kialakítani a megfigyelés- és következtetés-univerzumokon (ez a leendõ sûrû szabálybázis elsõdleges fuzzy halmazainak kialakítása).(pl. a 3.1.2.2 pontban leírt módszer felhasználásával.)

- valamely alkalmas közelítõ becslésre épülõ eljárás segítségével (lsd. 2.4 fejezet) valamennyi lehetséges bemeneti nyelvi érték kombinációra - mint megfigyelésekre - el kell végezni a döntéshozást

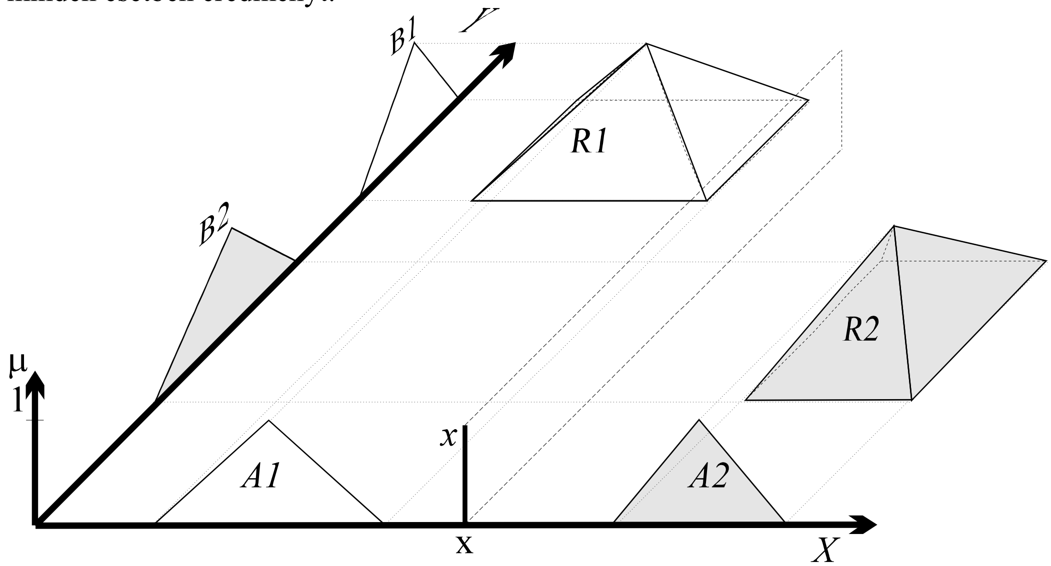
- ezt követõen rendeljük a kapott következmény fuzzy halmazokat konzekvensként ahhoz a nyelvi érték kombinációhoz - mint antecedenshez -, amelyekbõl az illetõ következtetést levontuk

- az így kapott antecedens - konzekvens párok, mint szabályok alkotják az új, sûrû szabálybázist

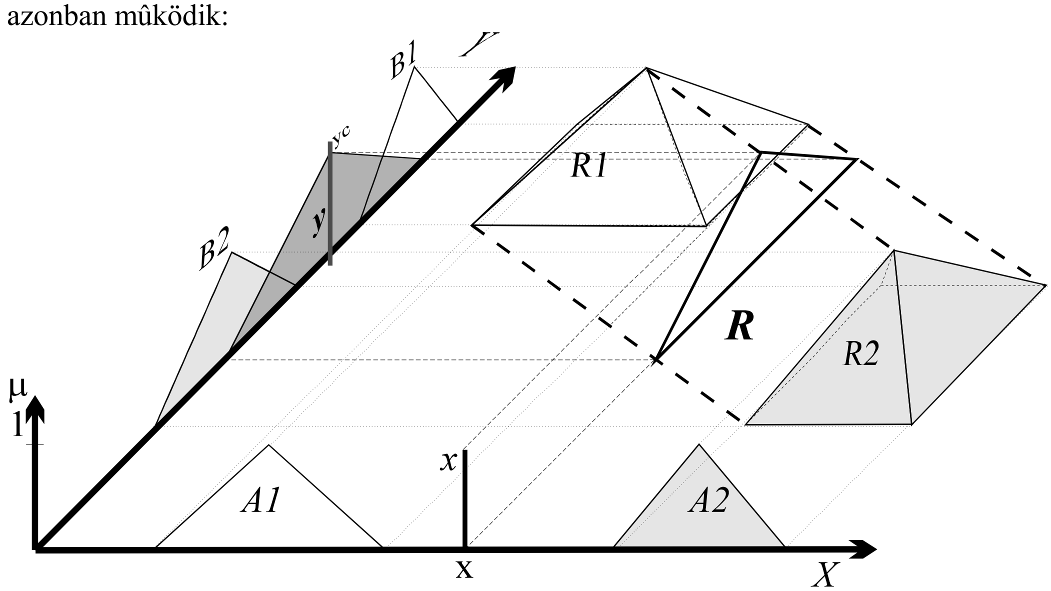
A kapott szabálybázis sûrû, hiszen valamennyi megfigyelés-kombinációjához tartozik következtetés. (Az antecedens nyelvi értékek 0.5-fedõ módon kerültek kialakításra és valamennyi antecedens kombinációhoz rendeltünk következtetést.)

A módszer alkalmazásával sûrû szabálybázist igénylõ fuzzy logikai irányítóberendezésen szimulálható a ritka szabálybázis közelítõ becslésére épülõ döntéshozás.
Amennyiben a ritka szabálybázis közelítõ becslését az **R** leképezés modelljének tekintjük, úgy a felhasználásával kapott sûrû szabálybázist ezen **modellt közelítõ szabályhalmazként** értelmezhetjük.

pl:
Ritka szabálybázis esetén a **fuzzy logikai kompozíció**ra épülõ döntéshozatal nem ad minden esetben eredményt:

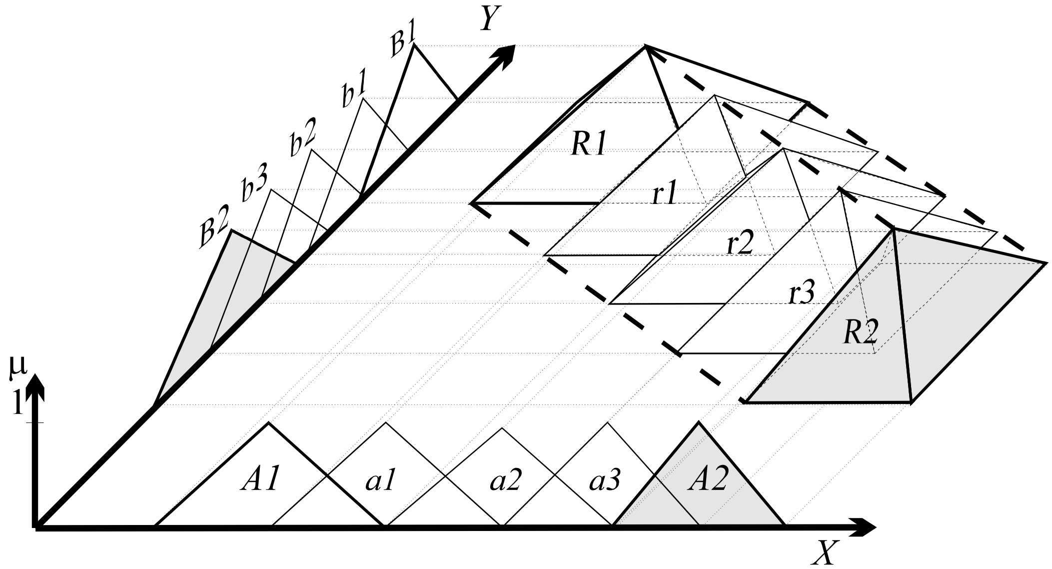


A **lineáris interpolációra** (a szabálybázis közelítõ becslésére) épülõ döntéshozatal azonban mûködik:

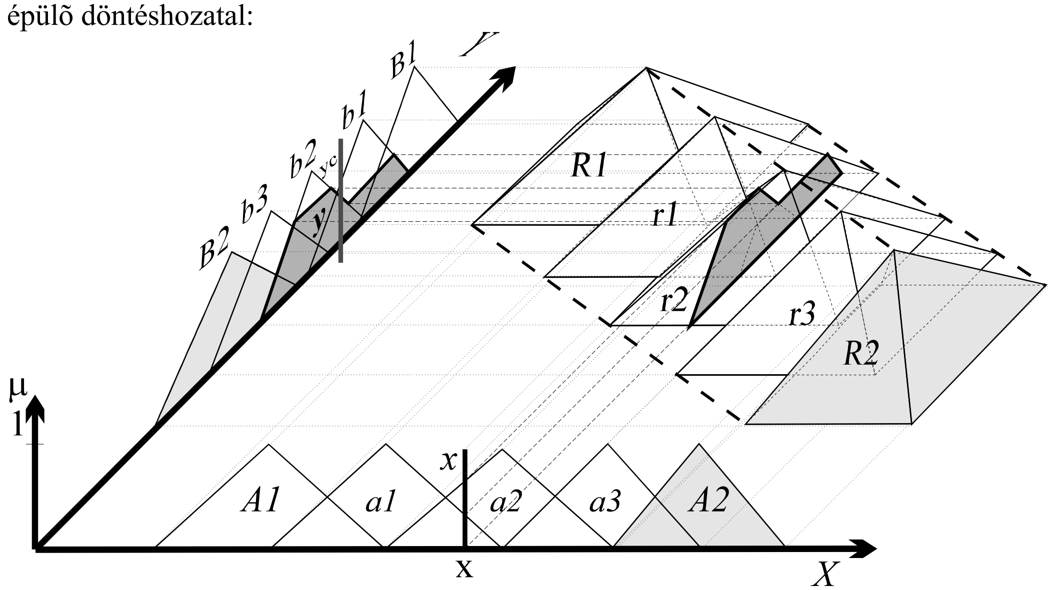


© Kovács, Szilveszter:
Fuzzy logic control, M.Phil. theses, Technical University of Budapest, Faculty of Informatics and Electrical Engineering, Budapest, Branch of Computer Science, p.116, (1993).

Alkalmazva a **ritka-sûrû szabálybázis transzformációt** (*a1*, *a2* , *a3* a felvett nyelvi értékek, *b1*, *b2*, *b3* a lineáris közelítõ becslés alapján hozzájuk rendelt konzekvensek) a kapott sûrû szabálybázis (*R1*, *R2*, *r1*, *r2*, *r3*):



Az így nyert **sûrû szabálybázis**on már alkalmazható a **fuzzy logikai kompozíció**ra épülõ döntéshozatal:



A döntéshozatal tehát két lépésben történik. Az elsõ lépés a ritka szabálybázis sûrûvé alakítása ("off-line" módon), a második lépés a sûrû szabálybázis irányításra történõ közvetlen alkalmazása (nagysebességû "on-line" mûködés).

Eredmények, további feladatok

© Kovács, Szilveszter:
Fuzzy logic control, M.Phil. theses, Technical University of Budapest, Faculty of Informatics and Electrical Engineering, Budapest, Branch of Computer Science, p.116, (1993).

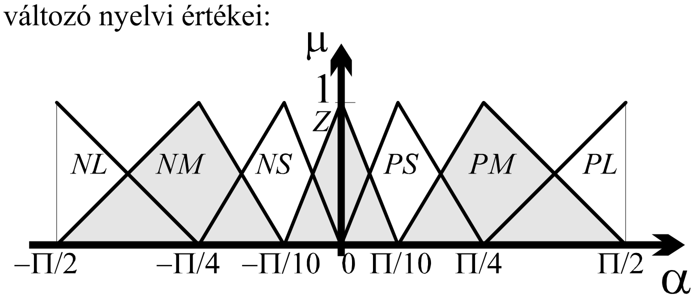
1. A fuzzy logikai döntéshozó algoritmusok tanulmányozását követõen kiválasztottam a vezetõnélküli targonca irányítására leginkább alkalmas algoritmust:

A **Zadeh-féle min-max kompozíciós fuzzy következtetés**t alkalmaztam alacsony számítási komplexitása miatt, illetve azért, mert a hozzá szükséges lefedõ szabálybázis minden nehézség nélkül biztosítható.
Speciális nyelvi értékek alkalmazásával, a leírás általánosságának kismérvû csökkenése árán sikerült tovább **csökkentenem az algoritmus komplexitását**:
A nyelvi értékek kialakítása során azok tagsági függvényeit folytonos, háromszög alakú függvényeknek választottam úgy, hogy bármely nyelvi érték hordozójának minimuma, illetve maximuma megegyezzék szomszédai magjának maximumával, illetve minimumával:

$$\sup\{\, \mathrm{kernel} A_{i-1} \,\} = \inf\{\, \mathrm{supp} A_i \,\}$$
$$\sup\{\, \mathrm{supp} A_i \,\} = \inf\{\, \mathrm{kernel} A_{i-1} \,\}$$

valamennyi A_i nyelvi értékre.
(Így a kompozíciós döntéshozatal szempontjából elõnyös 0.5-fedõség automatikusan teljesül.)

pl. egy nyelvi változó nyelvi értékei:



Valamint egy nyelvi változót maximum w darab nyelvi értékre bontok, ezáltal a kompozíciós döntéshozatal számítási komplexitása (**uniform komplexitás**):

$$C^m = \boldsymbol{O}(r \cdot k \cdot w) \quad ,$$

ahol:

r : fuzzy szabályok száma
k : antecedensek, illetve konzekvensek maximális száma
w : egy nyelvi változó maximális nyelvi értékeinek száma

Általános esetben a számítási komplexitás:

$$C^m = \boldsymbol{O}(rkN) \quad ,$$

ahol:

$N = \max(\#x_i, \#y_j)$, a megfigyelés-, illetve következtetés-univerzumok maximális számossága

A megfigyelés- és következtetés-univerzumok számossága lényegesen nagyobb a nyelvi értékek maximális számánál (N >> w), így a számítási komplexitás csökkenése jelentõs.

2. A kereskedelemben forgalomban lévõ fuzzy logikai irányítás megvalósítására alkalmas eszközök összevetése után összefoglaltam az eszközválasztás szempontjait:

Fuzzy döntéshozatal

	Általános célú processzorral	**Digitális fuzzy processzorral**	**Analóg fuzzy logikai áramkörökkel**	**Digitális fuzzy logikai áramkörökkel**
Költség	*alacsony*	*közepes*	*magas*	*magas*
Eszközszám	*magas*	*magas*	*alacsony*	*közepes*
Zavarérzékenység	*alacsony*	*alacsony*	*közepes*	*alacsony*
Hibatûrõképesség	*alacsony*	*alacsony*	*magas*	*magas*
Mûködési sebesség	*alacsony*	*közepes*	*magas*	*magas*

3. Az induktív nyomvonal-követésû vezetõnélküli targonca szimulációs modelljével igazoltam a módosítás szükségességét és a fuzzy logikai irányítóberendezés beépítésének létjogosultságát:

Az adaptív sebességválasztás miatt a fuzzy logikai irányítású targoncának **nagyobb az átlagsebessége** és **jobb a pályakövetõ képessége**. Az eredeti vezérlés esetén a targonca lassabban kénytelen haladni olyan pályaszakaszokon is, ahol ezt a pálya görbületi sugara nem teszi szükségessé.
A fuzzy logikai irányításnak nagy **elõnye** az eredeti szabályozással szemben a **rugalmassága**, az egyszerû **átkonfigurálhatóság**.
A targonca irányítása során ezáltal figyelembevehetõk a **rakományra vonatkozó adatok** is. Az egyes rakománytipusok speciális kezelést igényelnek (pl. maximális megengedett gyorsulás). Az anyagmozgató rendszer rugalmassága miatt elõfordulhat, hogy egy munkafolyamaton belül a targonca más-más kezelést igénylõ rakományt szállít. Ebben az esetben a rakodást végzõ állomás láthatja el a targoncát vezérlõ számítógépet a tudásbázis módosításához szükséges információval, vagy egyszerûen közvetlenül módosíthatja a fuzzy logikai irányítás tudásbázisát.

4. Javaslatot tettem a szabálybázis közelítõ becslésén alapuló döntéshozó algoritmus mûködésének sûrû szabálybázist igénylõ fuzzy logikai irányítóberendezésen való szimulálására (ritka-sûrû szabálybázis transzformáció)**:**

A ritka szabálybázist közelítõ modell (közelítõ becslés) felhasználásával olyan új szabályokat állíthatunk elõ, melyek hozzáadásával az eredetileg ritka szabálybázis sûrûvé tehetõ.
A módszer alkalmazásával sûrû szabálybázist igénylõ fuzzy logikai irányítóberendezésen (nagysebességû hardver eszközök) szimulálható a ritka szabálybázis közelítõ becslésére épülõ döntéshozás.

Távlati terveim között szerepel a Miskolci Egyetem Anyagmozgatási és Logisztikai Tanszékének oktató-kutató laboratóriumában üzemelõ vezetõnélküli targonca nyomvonalkövetõ szabályzórendszerének fuzzy logikai irányítóberendezéssel történõ kiváltása.
A megvalósítás során szeretnék gyakorlati kísérleteket végezni az említett ritka-sûrû szabálybázis transzformáció hatékonyságával kapcsolatban. Tanulmányozni kívánom a mûszaki gyakorlatban történõ alkalmazhatóságának, felhasználhatóságának lehetõségeit.

[1] E. H. Mamdani
Advances in the linguistic synthesis of fuzzy controllers
Int. J. Man-Machine Studies, vol. 8, no. 6, pp 669-678, (1976).